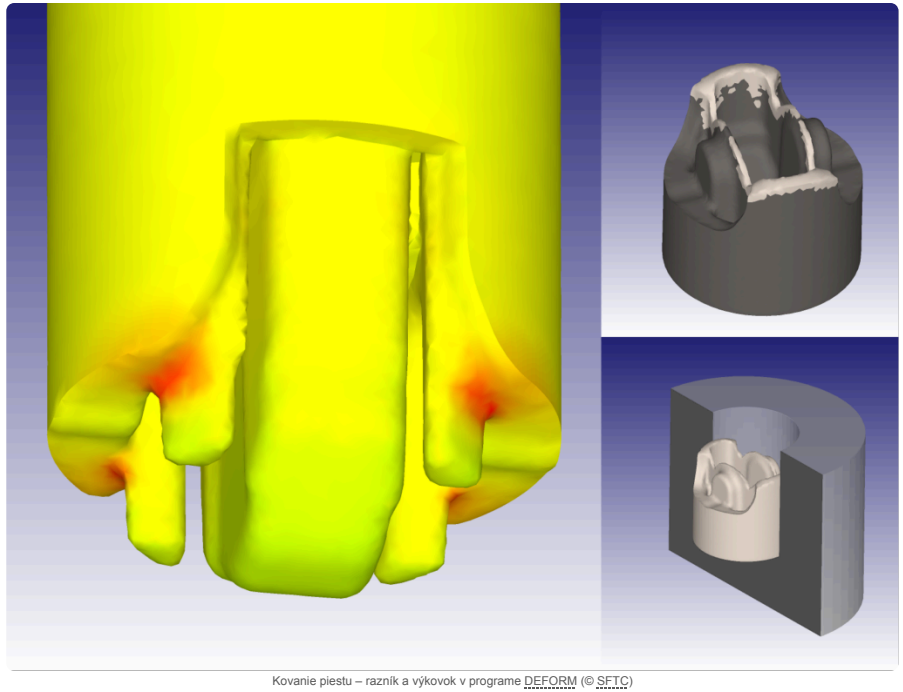
Materiálové údaje v programe DEFORM

Prednáška 3 · Modelovanie a simulácia procesov I – tvárnenie (MSPO2_6I)

Ing. Martin Necpal, PhD.

ZIMNÝ SEMESTER 2026/2027
MATERIÁLOVOTECHNOLOGICKÁ FAKULTA · STU BRATISLAVA



Kovanie piestu – razník a výkovok v programe DEFORM (© SFTC)

Program dnešnej prednášky (120 min, bez prestávky)

Čas	Blok	Obsah
0 – 10	1 · Prečo na tom záleží	Garbage in, garbage out — jeden diel, dve krivky spevnenia
10 – 20	2 · Okno Material	Rozloženie, knižnica, Regular vs Mixture, jednotky
20 – 30	3 · Elastické údaje	E, ν, α(T), hyperelastické materiály
30 – 60	**4 · Pretvárny odpor**	**Skúšky, tabuľky, mocninový zákon, Johnson–Cook, Zerilli–Armstrong, sinh-Arrhenius, voľba modelu**
60 – 80	5 · Plasticita a spevnenie	von Mises, Hill 48, R-hodnoty, Barlat; izotropné, kinematické, Yoshida–Uemori
80 – 90	6 · Tečenie (creep)	Krivka tečenia, modely tečenia v DEFORMe, relaxácia
90 – 105	7 · Tepelné údaje	k, tepelná kapacita, emisivita, hustota, HTC na rozhraní
105 – 115	8 · Nad rámec mechaniky	Zrno (JMAK), fázy, tvrdosť, difúzia, EM, porušenie
115 – 120	9 · Zhrnutie	Kontrolný zoznam podľa procesu, kvíz

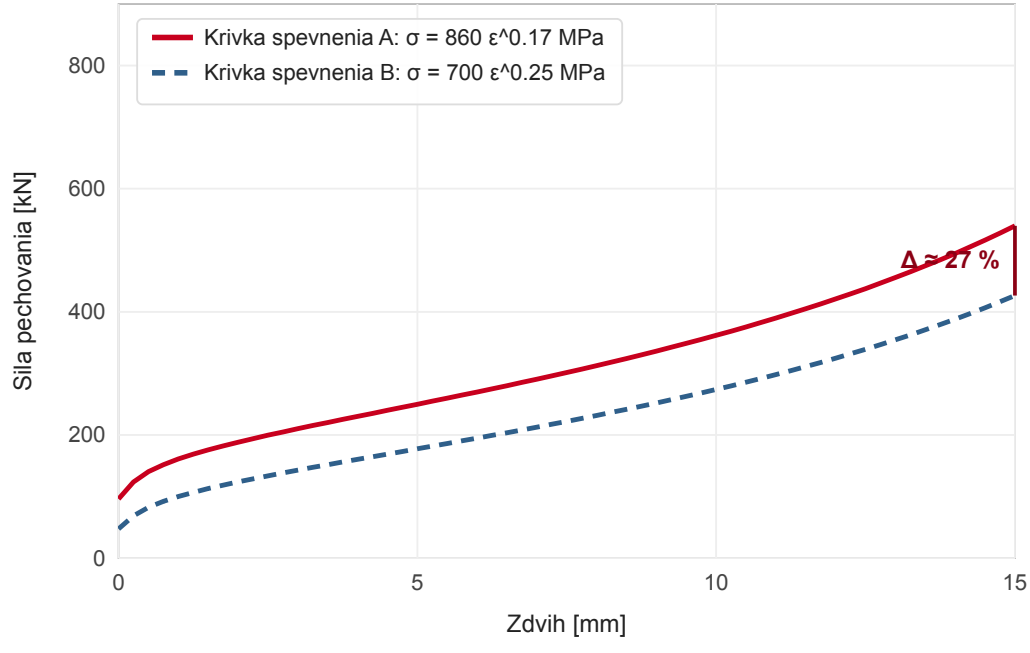
Štruktúra podľa manuálu DEFORM V14, kapitola 10 „Material Data“

Prečo na tom záleží Garbage in, garbage out

Rovnaký diel, rovnaká sieť, rovnaké trenie — dve krivky spevnenia

- Pechovanie Ø20 × 30 mm → 15 mm, μ = 0,1
- **A**: knižničná krivka „C45, za studena“
- **B**: vlastná skúška „tej istej“ značky (iná tavba, žíhaná)
- Sila na konci: **540 kN** vs **427 kN** — **Δ ≈ 27 %**
- Zjemnenie siete zmení silu o niekoľko % — **materiálové údaje** o desiatky %

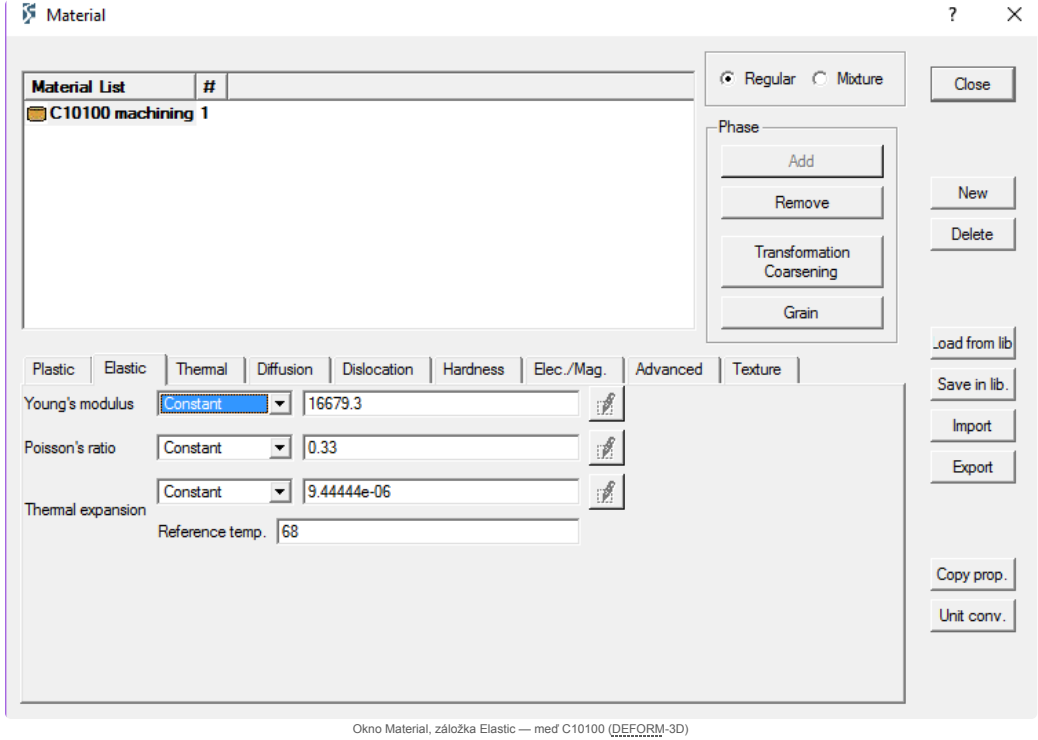
Materiálové údaje určujú: silu a energiu · teplotu · zaplnenie zápustky · porušenie · odpruženie · veľkosť zrna · tvrdosť



Odhad metódou elementárnych vrstiev so $\sigma = K\varepsilon^n$ (vypočítané pre túto snímku)

Okno Material Rozloženie

Okno Material v programe DEFORM



Okno Material, záložka Elastic — meď C10100 (DEFORM-3D)

- **Zoznam materiálov** — všetky materiály projektu; každý objekt odkazuje na jeden z nich
- **Regular / Mixture** — jedna fáza alebo viac fáz
- **Phase** — Add, Remove, Transformation, Grain
- **Záložky**: Plastic · Elastic · Thermal · Diffusion · Dislocation · Hardness · Elec./Mag. · Advanced · Texture
- **Tlačidlá**: New, Delete, Load from lib, Save in lib, Import, Export, Copy prop., **Unit conv.**
- Každá vlastnosť: *Constant* alebo *f(Temp)*, úprava v tabuľke (ikona ceruzky)

Okno Material Knižnica

Knižnica materiálov: načítanie, uloženie, import, export

Load from lib — zvoľte triedu (oceľ, Al, Ti, Ni, Cu, nástrojové ocele …), značku a teplotný rozsah

↓

Materiál sa skopíruje *do projektu* (.KEY / .DB) — úpravy zostanú lokálne

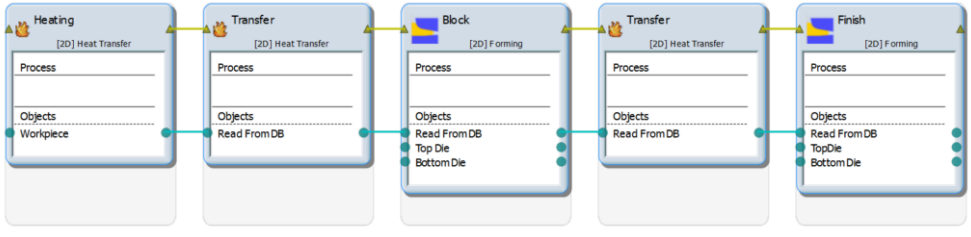
↓

Save in lib — vlastné odskúšané údaje pre ďalší projekt

↓

Export / Import — súbor materiálu (.KEY) medzi používateľmi, pracoviskami, verziami

Knižničné značky majú **rozsah platnosti** v názve, napr. za studena 20 °C alebo za tepla 900–1200 °C. Krivka „za studena“ pri kovaní za tepla je tichá chyba.



Viac operácií — ohrev, kovanie, ostrihanie: jeden materiál, veľa teplôt (© SFTC)

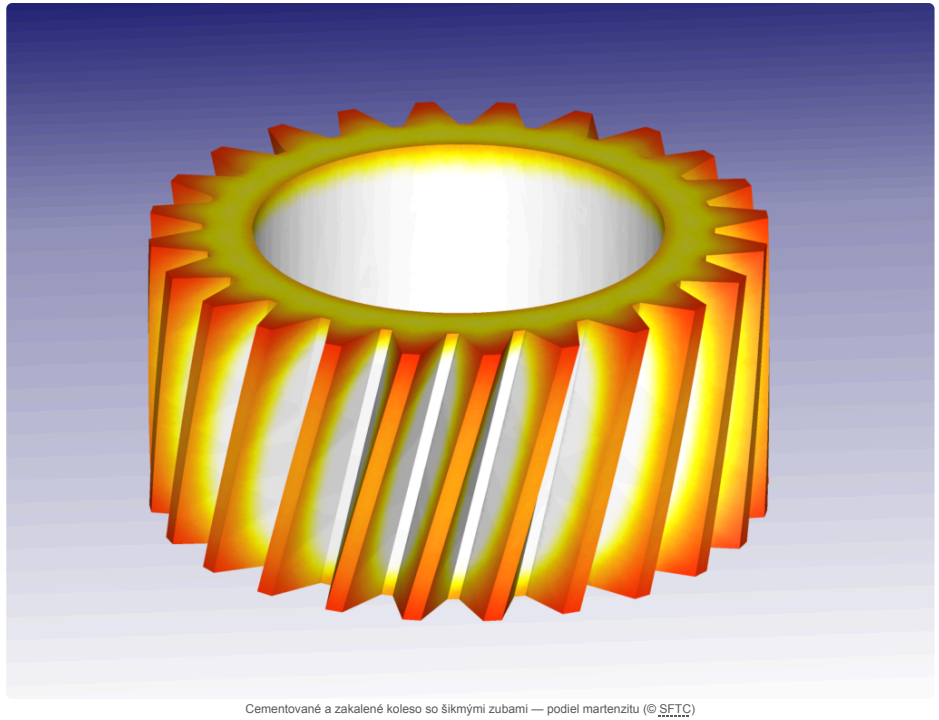
Okno Material — Regular vs Mixture

Jedna fáza (Regular) alebo zmes fáz (Mixture)?

	Regular	Mixture
Fázy	jedna	2 … n (austenit, ferit, perlit, bainit, martenzit …)
Údaje	jedna sada na záložku	jedna sada *na fázu* + údaje o premene
Použitie	tvárnenie, obrábanie	tepelné spracovanie, kalenie, cementovanie

Zmiešavacie pravidlo: $P = \sum_i \xi_i P_i, \quad \sum_i \xi_i = 1$

- ξ_i objemový podiel fázy i, P_i jej vlastnosť ($\bar{\sigma}$, k, E …)
- Tlačidlo **Transformation**: kinetika (difúzna / martenzitická), latentné teplo, zmena objemu, TRIP



Cementované a zakalené koleso so šikmými zubami — podiel martenzitu (© SFTC)

Okno Material Jednotky

Jednotky: pasca C10100 — a ktoré záložky potrebujete

Veličina	Anglické (C10100 vyššie)	SI v DEFORMe
E	16 679 ksi	115 000 MPa
α	$9.44 \cdot 10^{-6}$ /°F	$1.7 \cdot 10^{-5}$ /°C
T_{ref}	68 °F	20 °C
Napätie	ksi	MPa = N/mm²
k	Btu/(s·in·°F)	N/(s·°C) = W/(m·K)
$\rho \cdot c_p$	Btu/(in³·°F)	N/(mm²·°C) = MJ/(m³·K)
ρ	lb/in³	t/mm³ ($7{,}7 \cdot 10^{-9}$ pre oceľ)

Sústava jednotiek sa nastavuje pre *úlohu*; anglická položka knižnice v úlohe v SI → použite **Unit conv.**

Simulácia	Plastic	Elastic	Thermal	Fáza / zrno
Izotermické kovanie	●	–	–	–
Kovanie za tepla / poloohrevu	●	–	●	○
Odpruženie, zvyškové σ	●	●	○	–
Napätie v zápustke (elastická zápustka)	–	●	○	–
Tepelné spracovanie	●	●	●	●
Indukčný ohrev	○	○	●	● + EM

● potrebné ○ odporúčané – nepoužíva sa

Elastické údaje Kedy sú potrebné

Kedy DEFORM potrebuje elastické údaje?

- **Tuhoplastický** objekt: elastická deformácia zanedbaná → **E, v netreba** (väčšina kovania)
- **Elastický** objekt: zápustky, vložky zápustiek, bandážovacie krúžky → E, v, α
- **Elasticko-plastický** objekt: odpruženie, zvyškové napätia, deformácie pri tepelnom spracovaní

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^{th} + \varepsilon^{tr}$$

elastická + plastická + tepelná + transformačná deformácia

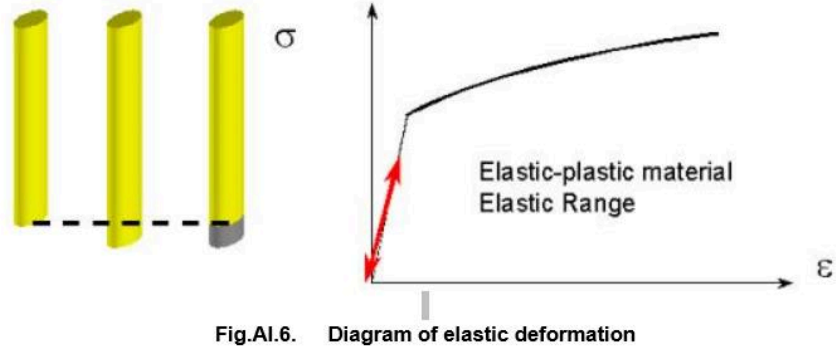
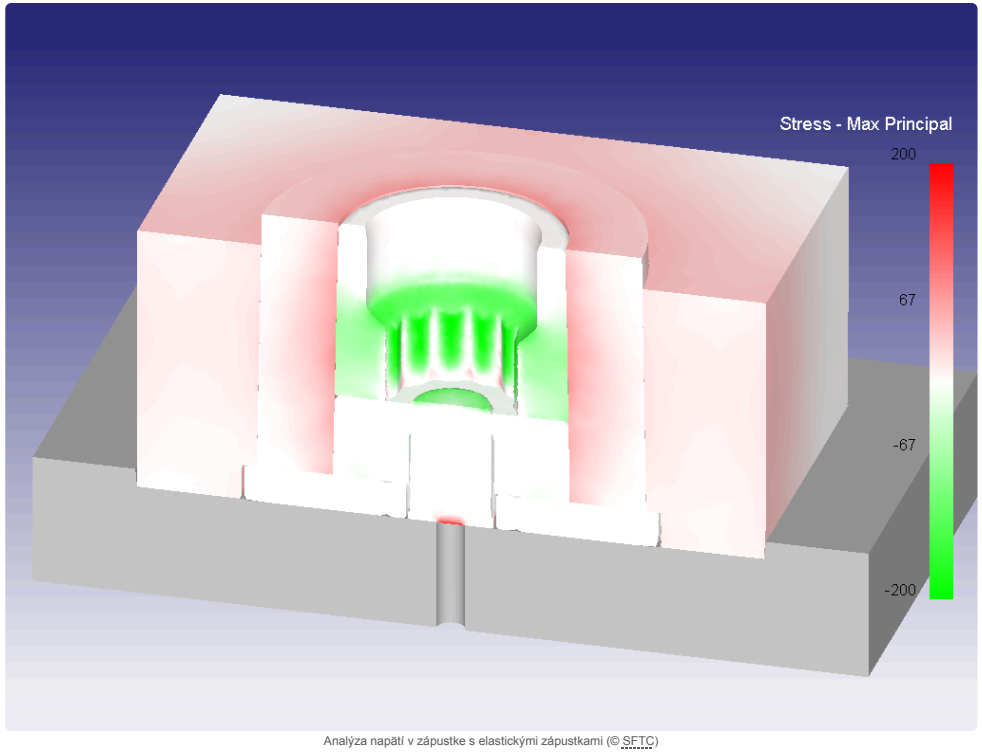


Fig.AI.6. Diagram of elastic deformation

Elastická oblasť: deformácia sa po odľahčení úplne vráti



Analýza napätí v zápustke s elastickými zápustkami (© SFTC)

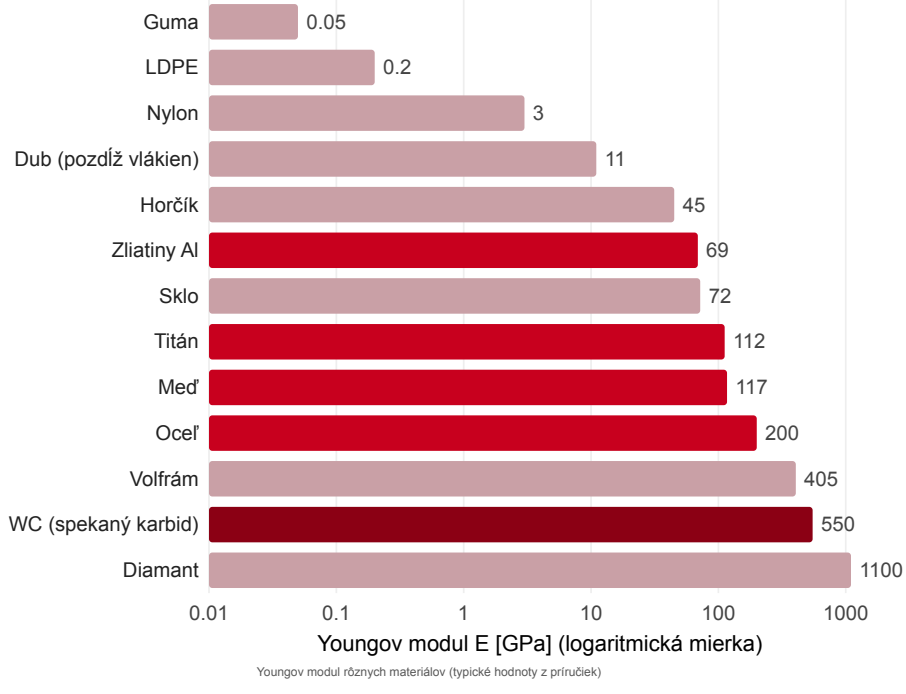
Elastické údaje E, v

Youngov modul a Poissonovo číslo

$$\sigma = E\,\varepsilon^{e}, \qquad \nu = -\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{ax}}, \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Materiál	E [GPa]	v
Uhlíková oceľ	200 – 210	0.29 – 0.30
Nehrdzavejúca oceľ (austenitická)	193 – 200	0.29
Hliníkové zliatiny	69 – 72	0.33
Titán Ti-6Al-4V	110 – 114	0.34
Meď	115 – 120	0.33
Vložka zápustky WC-Co	500 – 620	0.22

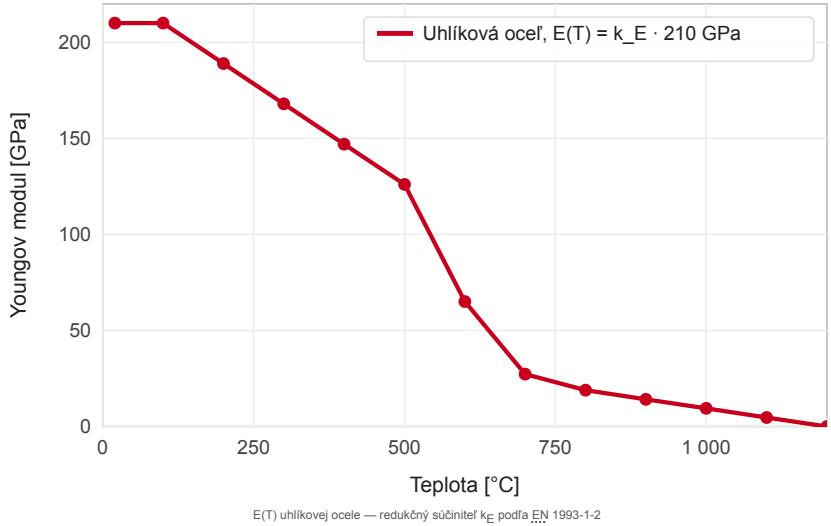
- Odpruženie ∝ σ/E: Al odpruží pri rovnakom napätí ≈ 3× viac ako oceľ



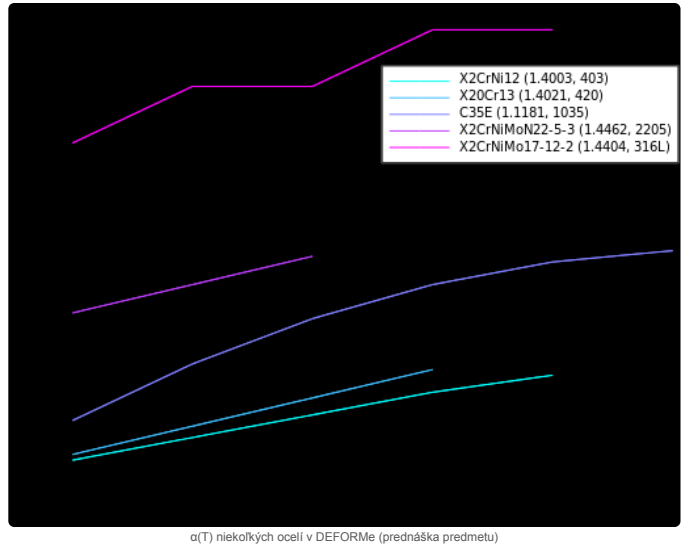
Youngov modul rôznych materiálov (typické hodnoty z príručiek)

Elastické údaje Teplotná závislosť

E(T) a teplotná rozťažnosť α(T)



E(T) uhlíkovej ocele — redukčný súčiniteľ k_E podľa EN 1993-1-2



α(T) niekoľkých ocelí v DEFORMe (prednáška predmetu)

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T)\,(T - T_{ref}) \qquad \text{DEFORM: „Thermal expansion“ + „Reference temp.“}$$

- E ocele klesne asi na **1/3 pri 600 °C** a nad 1000 °C takmer na nulu — pri kalení a napätiach v horúcej zápustke použite *f(Temp)*
- α je **sečnicová** hodnota od T_{ref}; austenit sa rozťahuje viac ako ferit (≈ 2,2 vs 1,4·10^{-5} /K)

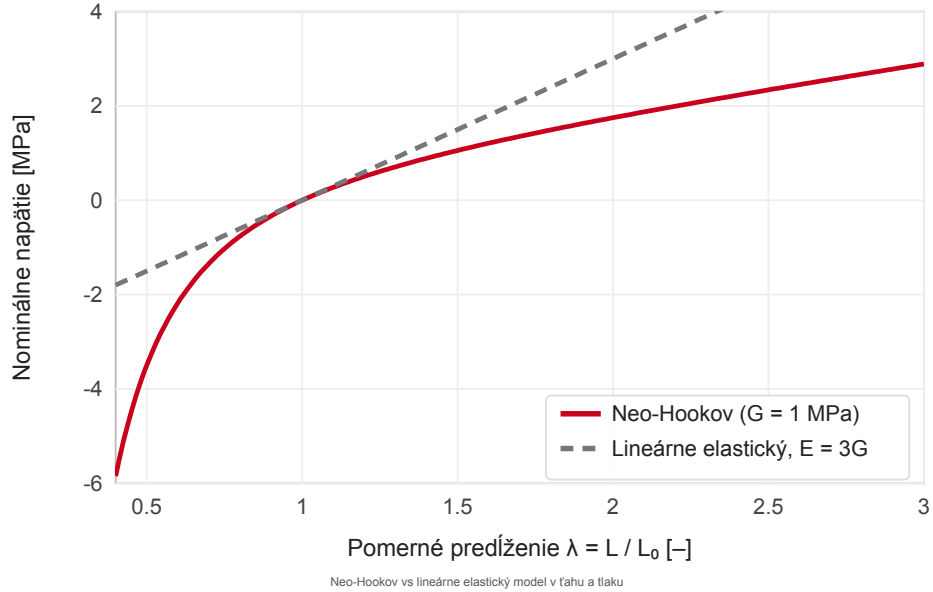
Hyperelastické materiály: gumové vankúše a tesnenia

- Veľké **vratné** deformácie (100–500 %), takmer nestlačiteľné (v → 0,5)
- Napätie z funkcie deformačnej energie W namiesto E, v

Neo-Hookov: $W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3)$
Mooney–Rivlin: $W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3)$

Jednoosový stav: $\sigma_{nom} = 2C_{10}\,(\lambda - \lambda^{-2}), \quad G = 2C_{10}$

- Použitie v tvárnení: tvárnenie gumovým vankúšom, pružné nástroje, tesnenia v zostavách
- C_{10}, C_{01} fitujte z jednoosovej + dvojosovej skúšky — nikdy len z jednej skúšky



Neo-Hookov vs lineárne elastický model v ťahu a tlaku

Pretvárny odpor Definícia

Pretvárny odpor: $\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}, T)$

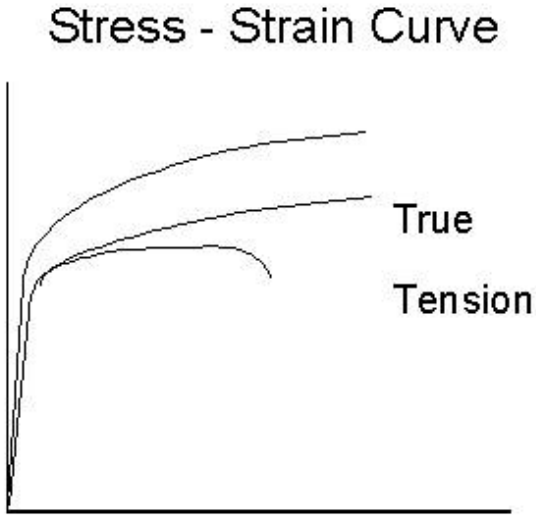


Fig.AI.5. Stress-strain curve

Inžinierska vs skutočná krivka

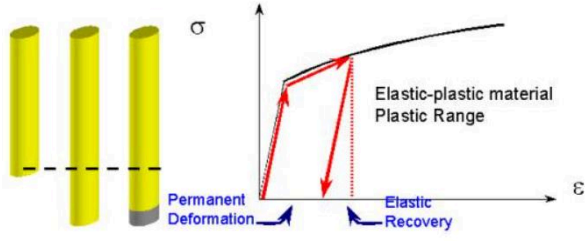


Fig.AI.7. Diagram of plastic deformation

Trvalá deformácia za medzou klzu

$$\sigma_t = \sigma_e(1+e), \quad \varepsilon = \ln(1+e)$$

- Pretvárny odpor = **skutočné** napätie potrebné na udržanie plastického tečenia
- Závisí od **deformácie** (spevnenie), **rýchlosti deformácie** a **teploty**; aj od predchádzajúcej histórie
- Tuhoplastická MKP používa len plastickú časť — krivka začína pri medzi klzu
- Inžinierske hodnoty platia len do vzniku krčku (rovnomerné predĺženie)

Pretvárny odpor $T a \dot{\varepsilon}$

Teplota zmäkčuje, rýchlosť deformácie spevňuje

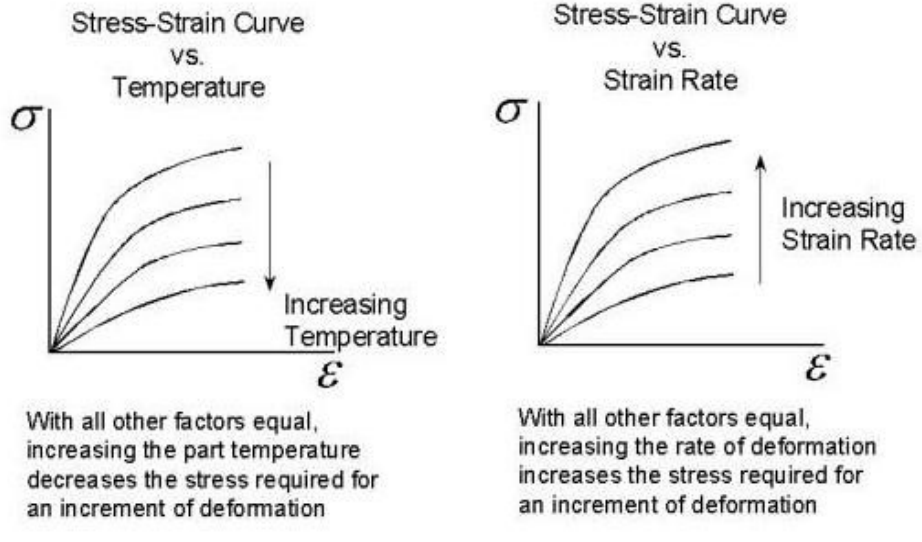


Fig.AI.10. Variation of flow stress with strain rate and temperature

Krivky napätie–deformácia v závislosti od teploty a rýchlosti deformácie (prednáška predmetu)

Oblasť	T / T_m	Dominantný vplyv
Za studena	< 0,3	Deformačné spevnenie, slabý vplyv rýchlosti (m ≈ 0–0,05)
Za poloohrevu	0.3 – 0.5	Oboje, začína zotavenie
Za tepla	> 0,5 – 0,6	Rýchlosť + T; spevnenie vyvážené zotavením / DRX (m ≈ 0,1–0,2)

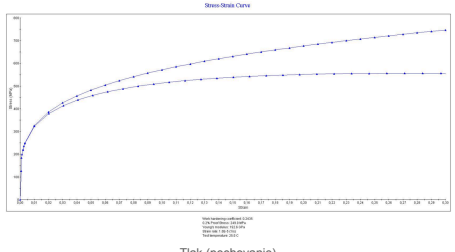
- Citlivosť na rýchlosť deformácie $m = \partial \ln \bar{\sigma} / \partial \ln \dot{\bar{\varepsilon}}$
- Superplastické zliatiny: m ≥ 0,3–0,5
- Adiabatický ohrev: $\Delta T \approx \frac{\beta \int \bar{\sigma}\, d\bar{\varepsilon}}{\rho\, c_p}$, β ≈ 0,9

Pretvárny odpor Skúšky

Odkiaľ pochádzajú krivky spevnenia



Skúška ťahom
ε < 0,2–0,3, $\dot{\varepsilon} \approx 10^{-3}$–$10^{-1}$ s^{-1} (© ZwickRoell)

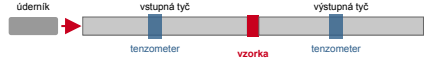


Tlak (pechovanie)
ε ≤ 1, korekcia trenia



Tlaková skúška za tepla na Gleeble
do ≈ 1700 °C, $\dot{\varepsilon}$ do 10^2 s^{-1} (© DSI)

▶ video: Introduction to Gleeble Systems (EN)



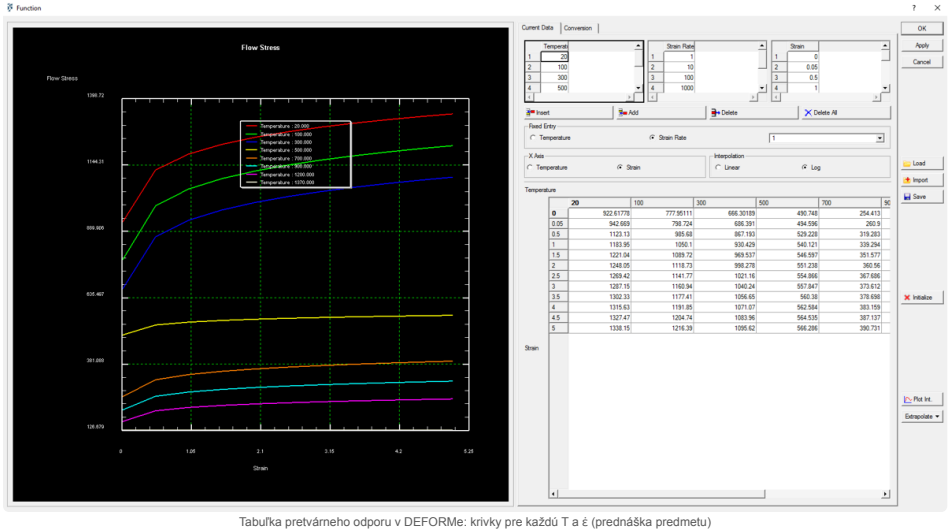
$\dot{\varepsilon} \approx 10^2 – 10^4$ s^{-1} · napätie z prenesenej vlny, rýchlosť deformácie z odrazenej vlny

Delená Hopkinsonova tyč (SHPB)
$\dot{\varepsilon} \approx 10^2$–$10^4$ s^{-1}

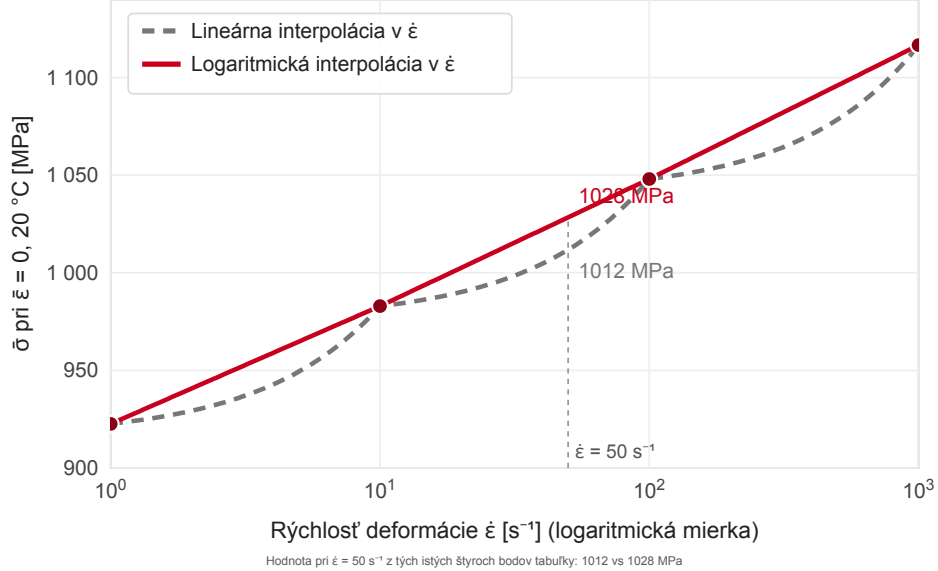
Skúška	Výhoda	Obmedzenie	Použitie v DEFORMe
Ťah	Štandard, jednoduchý stav napätosti	Krčok obmedzuje deformáciu	Plechy, začiatok krivky pri tvárnení za studena
Tlak / rovinná deformácia	Veľké deformácie, za tepla	Trenie, súdkovitosť → inverzná korekcia	Objemové tvárnenie, kovanie
Krut	Veľmi veľké deformácie (ε > 5)	Gradient po polomere	Valcovanie za tepla, DRX
SHPB	Vysoké rýchlosti	Malá deformácia, adiabatický ohrev	Obrábanie, náraz (J–C)

Pretvárny odpor Tabuľkové údaje

Tabuľkový pretvárny odpor $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}, T)$ a interpolácia



Tabuľka pretvárneho odporu v DEFORMe: krivky pre každú T a ε̇ (prednáška predmetu)

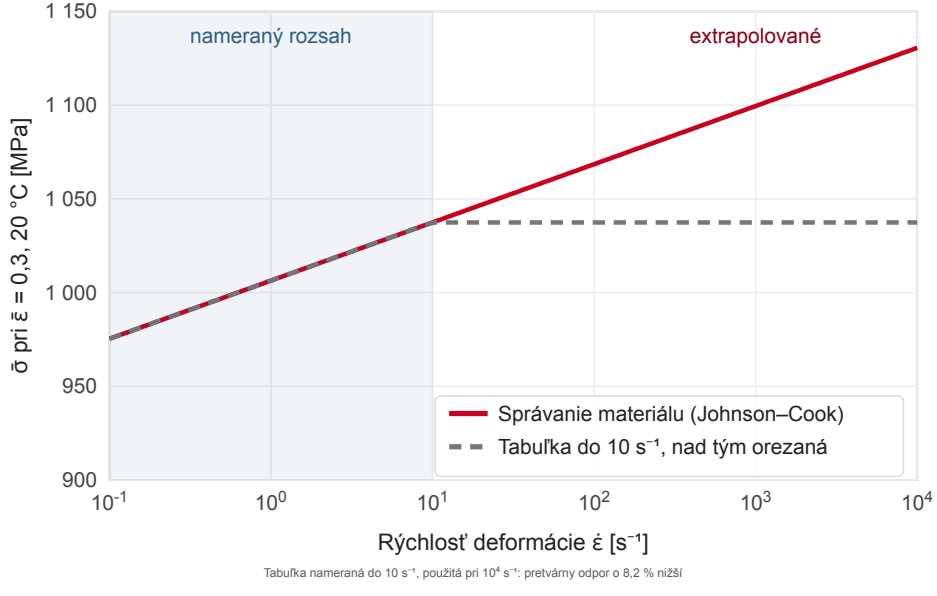


Hodnota pri ε̇ = 50 s⁻¹ z tých istých štyroch bodov tabuľky: 1012 vs 1028 MPa

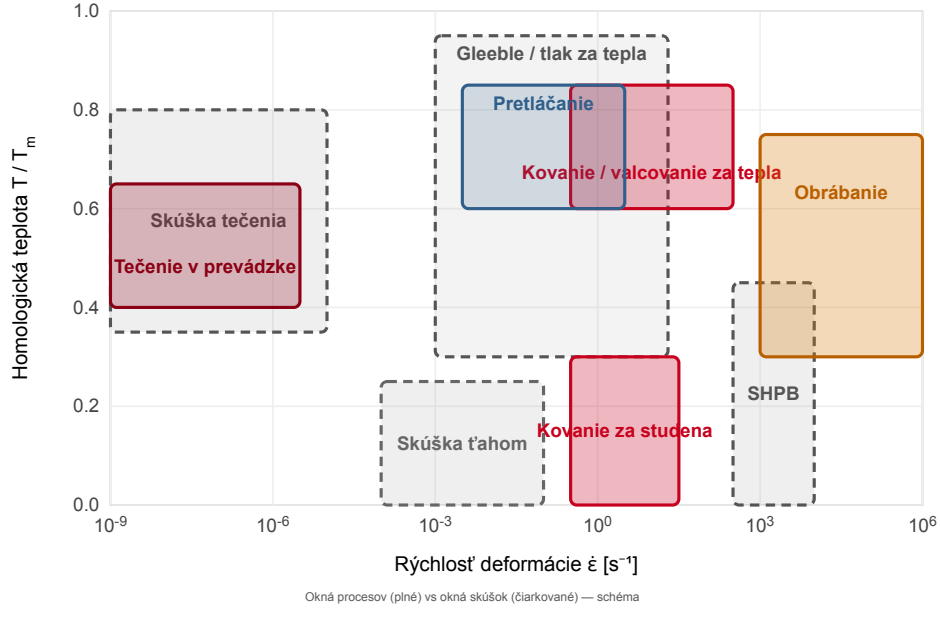
- Tabuľka = krivky pre niekoľko **T** × **ε̇**, každá vzorkovaná v ε̄ — najbežnejší formát v knižniciach DEFORMu
- Medzi bodmi DEFORM interpoluje; rýchlosť deformácie pokrýva rády → **logaritmická interpolácia** v ε̇ je fyzikálne rozumná voľba
- Typická tabuľka: 5–8 teplôt, 4–6 rýchlostí deformácie (10^{-2} … 10^{2} s^{-1}), deformácie 0 … 2

Pretvárny odpor Extrapolácia

Mimo tabuľky: extrapolácia je odhad



Tabuľka nameraná do 10 s⁻¹, použitá pri 10^4 s⁻¹: pretvárny odpor o 8,2 % nižší



Okná procesov (plné) vs okná skúšok (čiarkované) — schéma

Pred výpočtom: odčítajte v postprocesore rozsahy ε̄, ε̇ a T a **porovnajte ich s hranicami tabuľky**. DEFORM pri opustení tabuľky nevaruje.

Pretvárny odpor Mocninový zákon

Mocninový zákon — ťažný kôň tvárnenia za studena

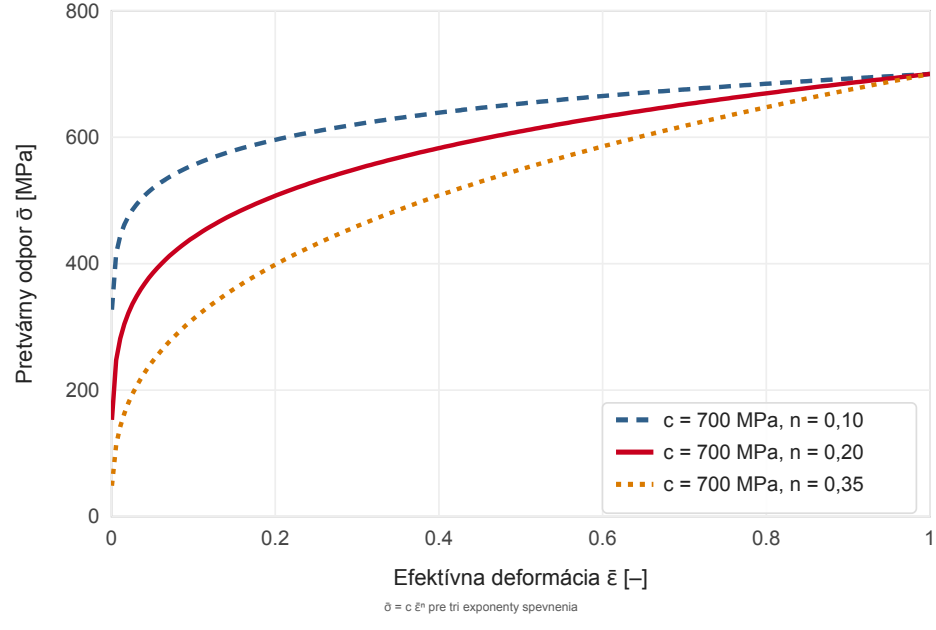
DEFORM:

$$\bar{\sigma} = c\,\bar{\varepsilon}^{\,n}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m} + y$$

Hollomon: $\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^{n}$ Swift: $\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^{n}$

- c, n, m, y môžu byť *f(T)* → jednoduché tvárnenie za poloohrevu
- n = exponent deformačného spevnenia = rovnomerná deformácia v ťahu
- Čistý Hollomon dáva σ = 0 pri ε = 0 → použite y alebo Swiftovo ε_0

Materiál (žíhaný)	K [MPa]	n
Nízkouhlíková oceľ DC04	≈ 530	0.22 – 0.26
C45 (normalizačne žíhaná)	≈ 900	0.15 – 0.18
Austenitická nehrdzavejúca 304	≈ 1300	0.40 – 0.50
Al 5xxx	≈ 400	0.25 – 0.30



σ̄ = c ε̄ⁿ pre tri exponenty spevnenia

▼ Hĺbkový pohľad: 8 snímok o zákonoch spevnenia a mocninovom zákone — stlačte ↓

Mocninový zákon ↓ 1 · Rodina zákonov spevnenia

Od Ludwika po Voceho: jedna krivka spevnenia, niekoľko rovníc

Zákon	Rovnica	Správanie pri veľkom ε	Typické použitie
Ludwik (1909)	$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon^n$	neohraničený	všeobecne, s počiatočnou medzou klzu
Hollomon (1945)	$\sigma = K\varepsilon^n$	neohraničený, σ(0) = 0	n-hodnota plechov, rýchle odhady
Swift (1952)	$\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$	neohraničený, σ(0) = $K\varepsilon_0^n$	tvárnenie plechov, predbežne deformovaný materiál
Voce (1948)	$\sigma = \sigma_s - (\sigma_s - \sigma_0)\, e^{-\varepsilon/\varepsilon_c}$	nasýti sa pri σ_s	zliatiny Al, veľké deformácie
Mocninový zákon **DEFORM**	$\bar{\sigma} = c\,\bar{\varepsilon}^{\,n}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m} + y$	neohraničený	kovanie a pechovanie za studena, pretláčanie

- Všetky sú **empirické**: opisujú tvar krivky, nie fyziku dislokácií za ňou
- Tvar DEFORMu = Ludwik + rýchlostný člen: y hrá úlohu σ_0; c, n, m, y môžu byť *f(T)*
- Zmiešané tvary (Swift–Voce: $\sigma = w\,\sigma_{Swift} + (1-w)\,\sigma_{Voce}$) sa používajú pre plechy AHSS

Mocninový zákon ↓ 2 · Význam n

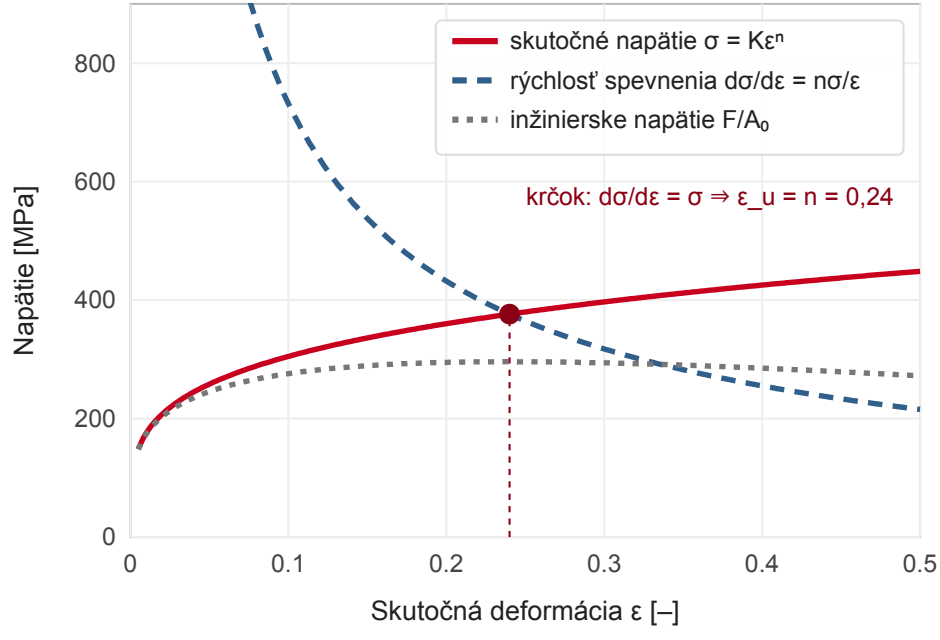
Exponent deformačného spevnenia n a krčok

Rýchlosť spevnenia: $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = nK\varepsilon^{n-1} = n\frac{\sigma}{\varepsilon}$

Considère (max. sila, F = σA): $dF = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$

Hollomon ⇒ $\varepsilon_u = n, \quad R_m = K\, n^n e^{-n}$

- n meria, ako dlho materiál **rozkladá deformáciu**, kým sa lokalizuje
- Vysoké n (austenitická nehrdzavejúca ≈ 0,45) → veľké rovnomerné predĺženie, silné spevnenie pri ťahaní
- Nízke n (za studena tvárnená, HSLA ≈ 0,1) → skorý krčok, tvárnením málo pevnosti navyše
- Kontrola každého fitu: **n ≈ rovnomerná skutočná deformácia** zo skúšky ťahom



Considèrova konštrukcia pre K = 530 MPa, n = 0,24 (oceľ typu DC04)

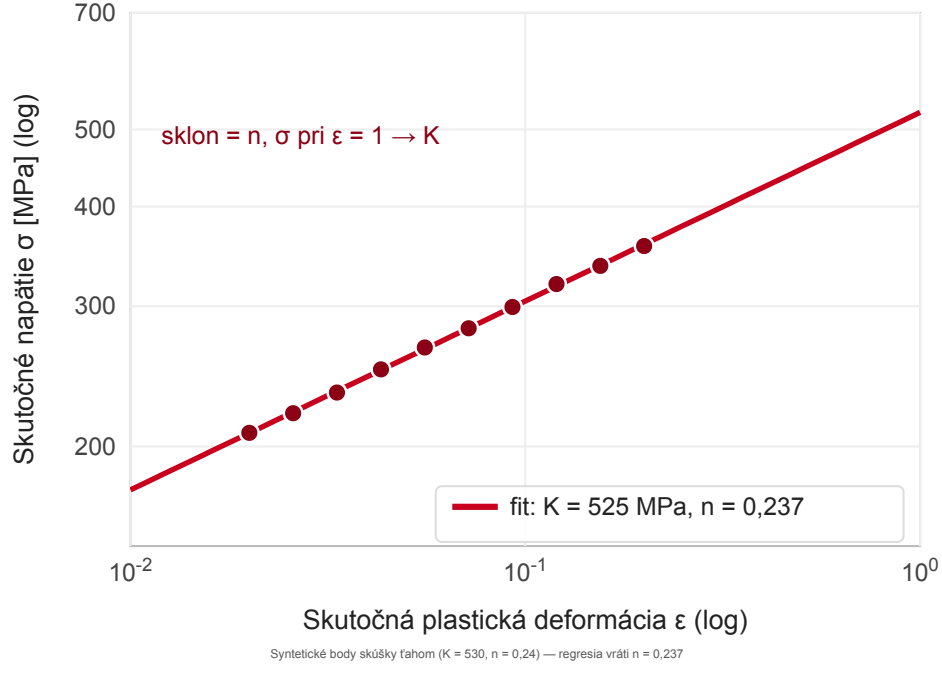
Mocninový zákon ↓ 3 · Určenie K a n

Určenie K a n: graf log–log

$$\ln \sigma = \ln K + n \ln \varepsilon$$

1. Skúška ťahom → prepočet na **skutočné** napätie a **skutočnú plastickú** deformáciu (odčítať σ/E)
2. Len rovnomerná oblasť, napr. ε = 2 % … A_g (ISO 10275: n-hodnota)
3. Lineárna regresia ln σ voči ln ε → sklon n, úsek ln K
4. Tvar Ludwik / DEFORM: najprv zafixovať y (σ_0 = medza klzu), potom fitovať ln(σ − y) voči ln ε
5. Kovanie za studena: pridajte údaje z **tlaku** do ε ≈ 1 (korigované na trenie) — údaje z ťahu končia krčkom

V grafe log–log nie je priamka? Materiál sa neriadi mocninovým zákonom (napr. Lüdersovo plató, nasýtenie) — zvoľte Voceov zákon alebo tabuľku.



Syntetické body skúšky ťahom (K = 530, n = 0,24) — regresia vráti n = 0,237

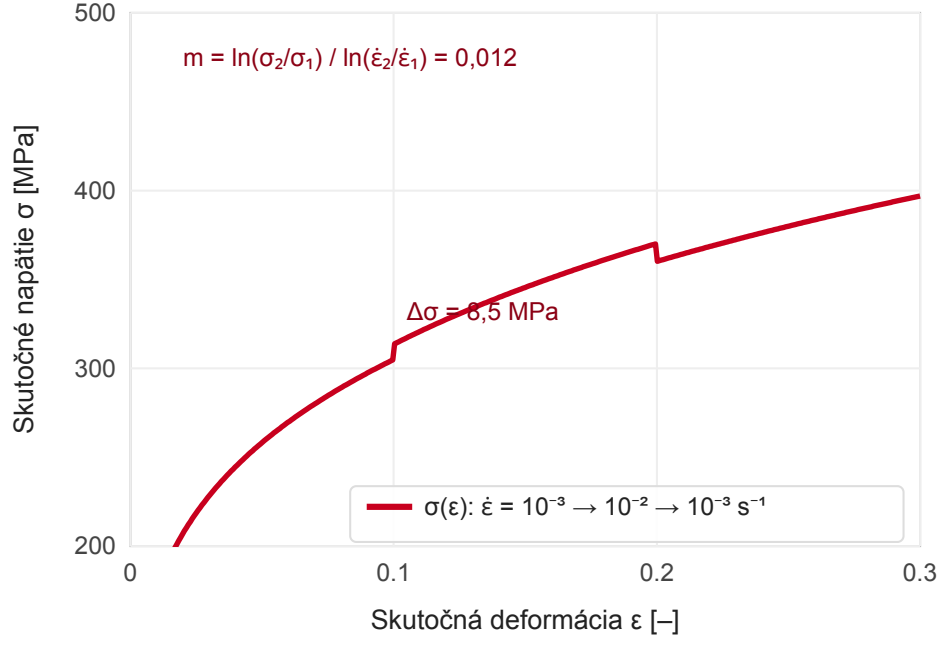
Mocninový zákon ↓ 4 · Exponent m

Exponent citlivosti na rýchlosť m a skoková skúška

$$m = \left.\frac{\partial \ln \bar{\sigma}}{\partial \ln \dot{\bar{\varepsilon}}}\right|_{\varepsilon,T} \approx \frac{\ln(\sigma_2/\sigma_1)}{\ln(\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1)}$$

Podmienky	m	×10 v $\dot{\varepsilon}$ dá
Oceľ za studena (20 °C)	0.005 – 0.02	+1 … 5 %
Zliatiny Al za studena	≈ 0 – 0.01	≈ 0 … 2 %
Tvárnenie za poloohrevu (0,3–0,5 T_m)	0.03 – 0.1	+7 … 26 %
Tvárnenie za tepla	0.1 – 0.2	+26 … 58 %
Superplastické	≥ 0.3 – 0.5	×2 … ×3

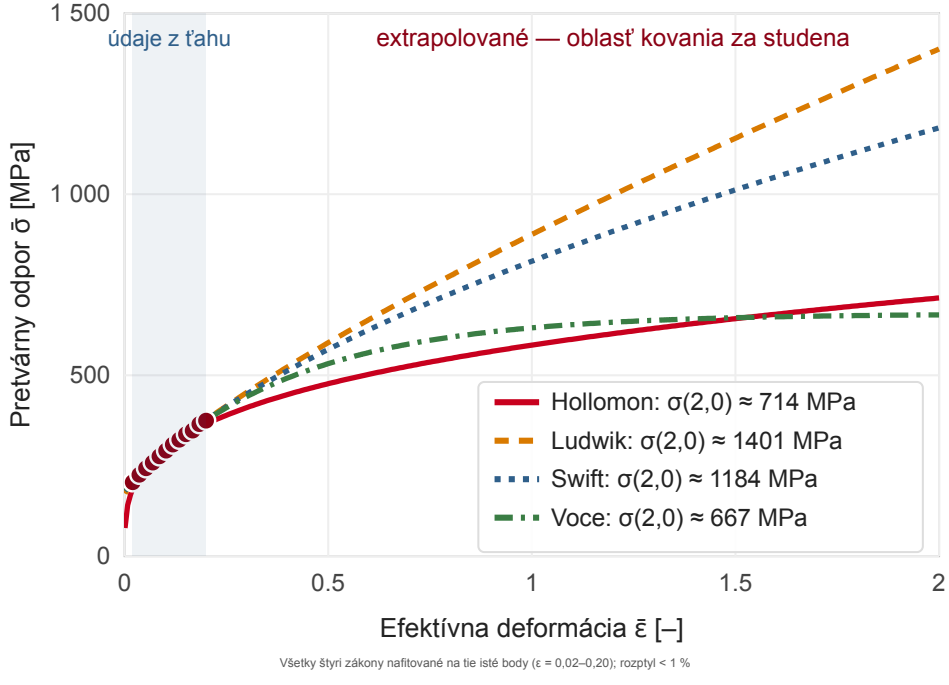
- Skoková skúška: zmena $\dot{\varepsilon}$ ×10 pri konštantnom ε a T → jedna vzorka dá m
- Kladné m **stabilizuje** tečenie (rýchlosť v krčku ↑ → napätie ↑) — základ superplasticity
- Ocele pri 150–350 °C: dynamické deformačné starnutie → m < 0, prerušované tečenie („modrá krehkosť")



Skoková skúška rýchlosti deformácie (m = 0,012, oceľ za studena): malý, ale merateľný skok

Mocninový zákon ↓ 5 · Pasca extrapolácie

Rovnaké údaje z ťahu, štyri zákony — a dvojnásobný rozdiel pri ε = 2



Všetky štyri zákony nafitované na tie isté body (ε = 0,02–0,20); rozptyl < 1 %

- Všetky štyri zákony fitujú oblasť ťahu s chybou < 1 %
- Pri ε̄ = 2 (kovanie, pechovanie za studena): **Voce 667**, **Hollomon 714**, **Swift 1184**, **Ludwik 1401 MPa**
- Sila lisu a napätie v zápustke sú úmerné σ̄ → **≈ ± 35 %** chyba sily len z voľby zákona
- Voce sa nasýti (Al, Cu pri veľkom ε); mocninové zákony stále rastú (ocele s malým zotavením)

Pravidlo: zákon fitujte na údaje, ktoré **pokrývajú rozsah deformácií procesu** — tlak alebo krut do ε ≈ 1–2. Fity len z ťahu používajte pre plechy, nie pre kovanie za studena.

Mocninový zákon ↓ 6 · Teplotná závislosť

Mocninový zákon s teplotou: c(T), n(T), m(T), y(T)

- DEFORM dovolí, aby každá konštanta bola tabuľkou **f(T)** → mocninový zákon pokryje tvárnenie za poloohrevu
- S rastúcou T: **c** ↓ (mäkší), **n** ↓ (zotavenie obmedzuje spevnenie), **m** ↑ (citlivosť na rýchlosť rastie)
- Lineárna interpolácia medzi bodmi T — okolo fázových premien zadajte dosť bodov
- Adiabatický ohrev pri rýchlom kovaní za studena (ΔT 100–300 K) → aj „studená“ simulácia má byť **zviazaná s teplotou** s c(T)

$$\Delta T \approx \frac{\beta}{\rho\, c_p} \int \bar{\sigma}\, d\bar{\varepsilon}, \quad \beta \approx 0{,}9$$

T	c [MPa]	n	m	oblasť
20 °C	900	0.17	0.01	za studena
200 °C	850	0.15	≈ 0 (DSA)	vyhnúť sa
500 °C	620	0.12	0.04	poloohrev
700 °C	330	0.08	0.10	poloohrev
900 °C	180	0.05	0.15	za tepla → použiť sinh / tabuľku

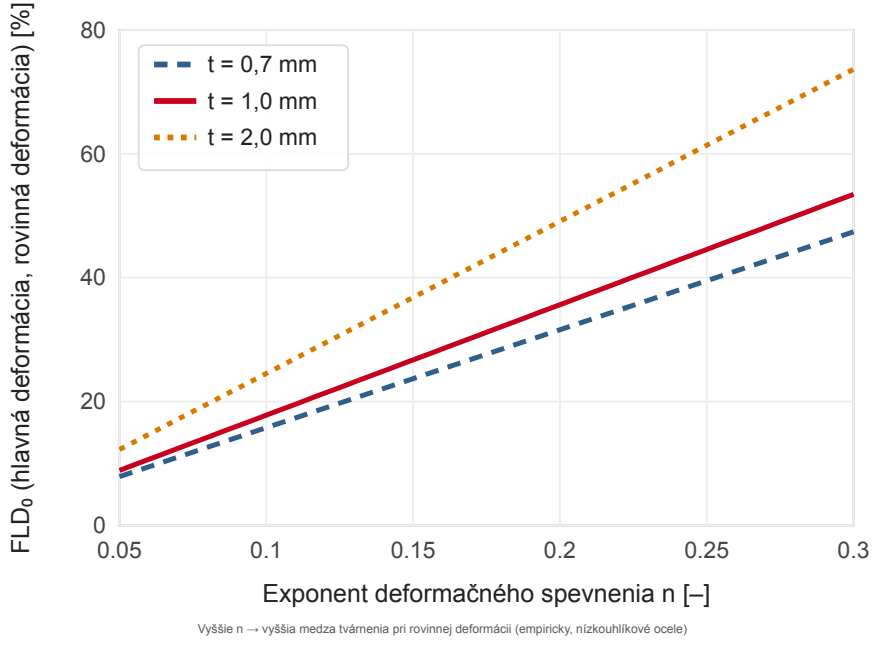
Ilustračný trend pre strednouhlíkovú oceľ — pre skutočnú prácu použite namerané hodnoty

Mocninový zákon ↓ 7 · Použitie

Kde je mocninový zákon správna voľba

Proces	Prečo mocninový zákon
Kovanie, pechovanie, pretláčanie za studena	Dominuje spevnenie, m ≈ 0; potrebné údaje do ε ≈ 2
Ťahanie drôtov a tyčí	Kumulovaná deformácia v ťahoch; n určuje medzu ťahania
Lisovanie plechov, hlboké ťahanie	Swift / Hollomon s n a r-hodnotou; n → medza tvárnenia
Ohýbanie, profilovanie valcovaním	Mierne deformácie; odpruženie potrebuje aj E a model spevnenia
Kovanie za poloohrevu	tabuľky c(T), n(T), m(T)

Keeler–Brazier (nízkouhlíková oceľ): $FLD_0\,[\%] = (23.3 + 14.13\,t)\,\dfrac{n}{0.21}$, t v mm



Vyššie n → vyššia medza tvárnenia pri rovinnej deformácii (empiricky, nízkouhlíkové ocele)

Obmedzenia, zhrnutie a otázky

Obmedzenia

- Empirický — žiadna fyzika, preto **žiadna bezpečná extrapolácia** v ε, $\dot{\varepsilon}$ ani T
- Neohraničené spevnenie; Hollomon: σ(0) = 0 → použiť y (DEFORM) alebo Swiftovo ε_0
- Rýchlosť a T len cez m a tabuľky f(T) — nie pre tvárnenie za tepla ani veľmi vysoké rýchlosti
- Žiadny Bauschingerov efekt, žiadna anizotropia — tie pochádzajú z podmienky plasticity a pravidla spevnenia (blok 5)

Zhrnutie

1. Ludwik, Hollomon, Swift, Voce: rovnaké údaje, rôzne správanie pri veľkých deformáciách
2. n = rovnomerná deformácia (Considère); m zo skokových skúšok
3. K, n z fitu log–log v rovnomernej oblasti
4. Fitujte na údaje pokrývajúce deformáciu procesu — inak môže byť sila mimo o ≈ ± 35 %

Overte sa

1. Odvoďte $\varepsilon_u = n$ z Considèrovho kritéria.
2. Prečo Hollomon potrebuje v MKP člen y alebo Swiftovo ε_0?
3. m = 0,15: ako sa zmení σ, ak $\dot{\varepsilon}$ vzrastie 100×?
4. Váš fit použil údaje z ťahu do ε = 0,2. Môžete ho použiť pre pechovanie za studena do ε = 2,5?
5. Ktorý zákon sa nasýti a pre aké materiály je to realistické?

Stlačte ↑ pre návrat do hlavnej prednášky alebo → pre pokračovanie na Johnsona–Cooka.

Pretvárny odpor Johnson–Cook

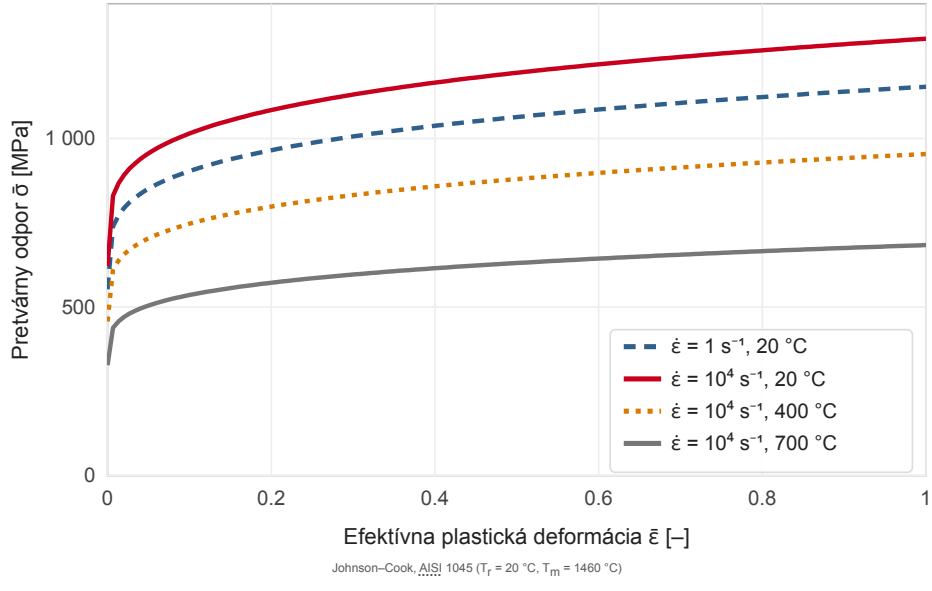
Johnson–Cook — vysoké rýchlosti, obrábanie, náraz

$$\bar{\sigma} = \underbrace{(A + B\bar{\varepsilon}^{\,n})}_{\text{spevnenie}} \underbrace{(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^{*})}_{\text{rýchlosť}} \underbrace{(1 - T^{*m})}_{\text{zmäkčenie}}$$

$$\dot{\varepsilon}^{*} = \dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\varepsilon}_0, \quad T^{*} = \frac{T - T_r}{T_m - T_r}$$

AISI 1045	A	B	n	C	m
Jaspers & Dautzenberg	553 MPa	601 MPa	0.234	0.0134	1.0

- Tri **nezávislé** faktory — ľahko sa fitujú, bez väzby T a $\dot{\varepsilon}$
- Tvar DEFORMu pridáva $\dot{\varepsilon}^{*\alpha}$ a $(D - E\,T^{*m})$ pre väčšiu voľnosť
- Zlyháva blízko T_m a pri tvárnení za tepla, kde dominuje DRX



Johnson–Cook, AISI 1045 (T_r = 20 °C, T_m = 1460 °C)

▼ Hĺbkový pohľad: 9 snímok o modeli Johnson–Cook — stlačte ↓

Johnson–Cook ↓ 1 · Pôvod

Model vytvorený pre programy na simuláciu nárazu

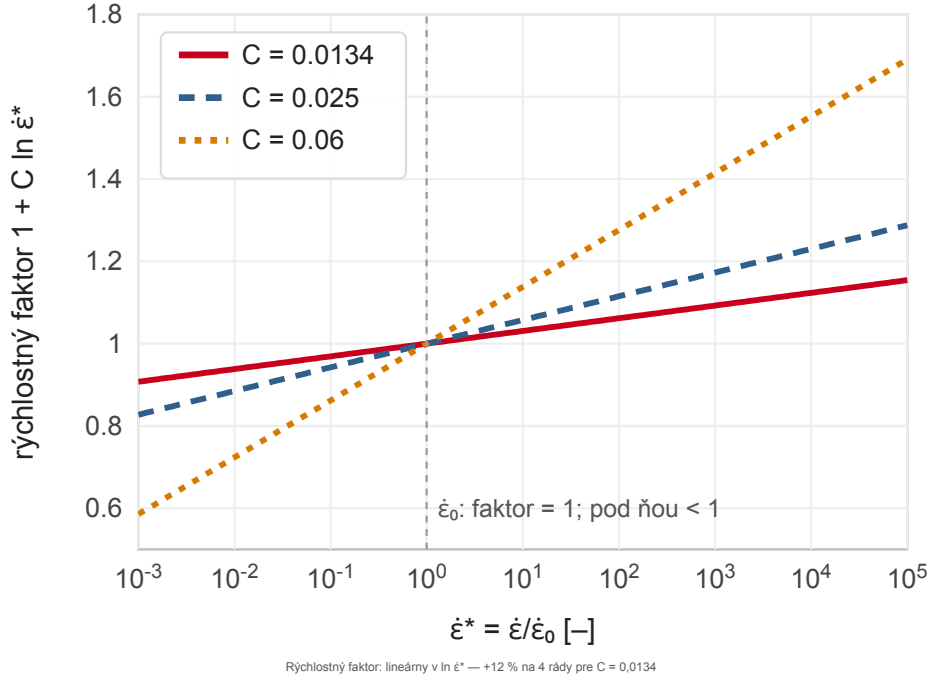
- **G. R. Johnson & W. H. Cook** (Honeywell): „A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures“, *7th Int. Symp. on Ballistics*, Haag, **1983**
- Cieľ: model **dostatočne jednoduchý pre explicitné programy pre náraz** (EPIC) s konštantami z niekoľkých štandardných skúšok
- Skúšky: **krut** (od kvázistatických po ≈ 400 s^{-1}, veľké šmykové deformácie), statický ťah, **ťah na Hopkinsonovej tyči** pri zvýšenej T
- Overenie: **Taylorova nárazová skúška valčeka** (deformácie > 2, rýchlosti > 10^5 s^{-1}) — nepoužitá na fitovanie
- Doplnkový **model porušenia**: Johnson & Cook, *Eng. Fract. Mech.* 21 (1985) 31

$$\bar{\sigma} = \left[A + B\bar{\varepsilon}^{\,n}\right]\left[1 + C\ln\dot{\varepsilon}^{*}\right]\left[1 - T^{*m}\right]$$

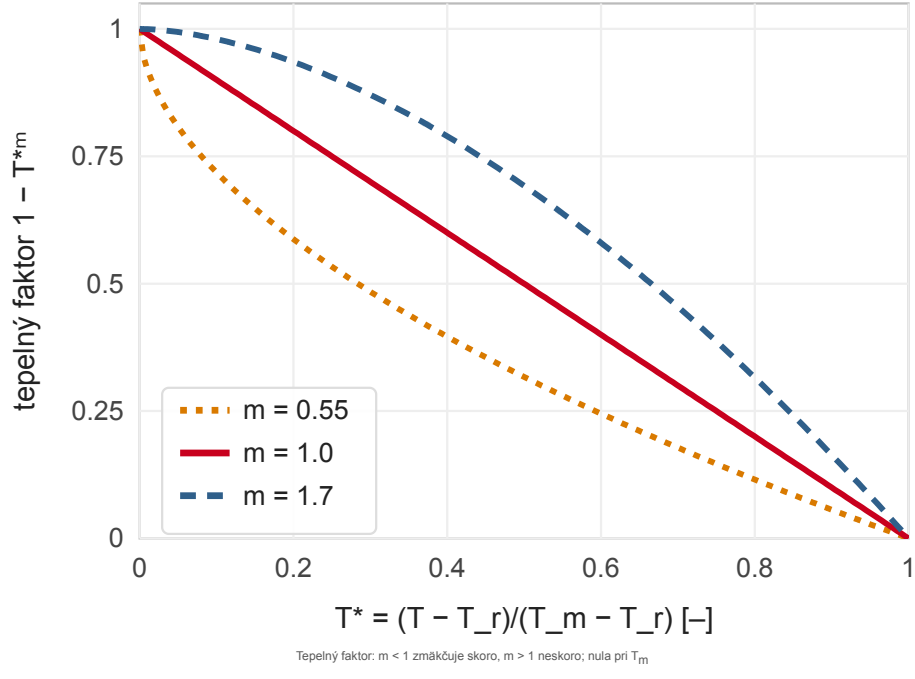
Symbol	Význam	Zo skúšky
A	medza klzu pri $\dot{\varepsilon}_0$, T_r	kvázistatická
B, n	deformačné spevnenie	kvázistatická
C	citlivosť na rýchlosť deformácie	SHPB / krut
m	tepelné zmäkčenie	skúšky pri T
$\dot{\varepsilon}_0$, T_r, T_m	referenčná rýchlosť (často 1 s^{-1}), referenčná teplota a teplota tavenia	zvolené / z príručky

Johnson–Cook ↓ 2 · Tri zátvorky

Tri nezávislé násobitele



Rýchlostný faktor: lineárny v ln ε̇* — +12 % na 4 rády pre C = 0,0134



Tepelný faktor: m < 1 zmäkčuje skoro, m > 1 neskoro; nula pri T_m

- **Spevnenie** [A + Bε^n]: Ludwikov zákon — krivka spevnenia pri $\dot{\varepsilon}_0$ a T_r
- **Rýchlosť** [1 + C ln ε̇*]: pod $\dot{\varepsilon}_0$ je faktor < 1 (zvoľte $\dot{\varepsilon}_0$ = najnižšia skúšobná rýchlosť alebo orežte ε̇* ≥ 1); konštantné C → žiadny nárast nad ≈ 10^3–10^4 s^{-1}
- **Teplota** [1 − T*^{m}]: T* < 0 pod T_r dáva pre neceločíselné m nedefinovanú mocninu → programy nastavia T* = 0

Johnson–Cook ↓ 3 · Publikované konštanty

Konštanty z pôvodného článku a neskorších prác

Materiál	A [MPa]	B [MPa]	n	C	m	T_m [K]	Zdroj
Meď OFHC	90	292	0.31	0.025	1.09	1356	J–C 1983
Mosadz na nábojnice	112	505	0.42	0.009	1.68	1189	J–C 1983
Nikel 200	163	648	0.33	0.006	1.44	1726	J–C 1983
Oceľ 1006	350	275	0.36	0.022	1.00	1811	J–C 1983
Oceľ 4340	792	510	0.26	0.014	1.03	1793	J–C 1983
Al 2024-T351	265	426	0.34	0.015	1.00	775	J–C 1983
AISI 1045	553	601	0.234	0.0134	1.00	1733	Jaspers & Dautzenberg 2002

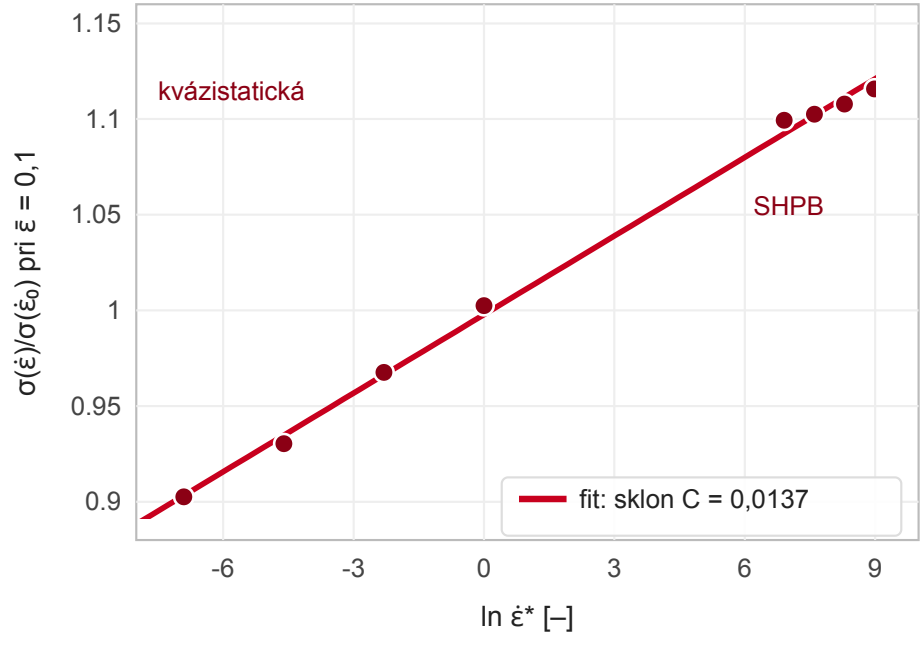
- Konštanty patria **jednému stavu materiálu** (tepelné spracovanie, tvrdosť) a jednému rozsahu fitovania
- Veľký rozptyl medzi publikovanými sadami pre tú istú značku — pred použitím vždy skontrolujte $\sigma(\varepsilon)$ pri vašej $\dot{\varepsilon}$ a T
- C je malé (0,006–0,06): vplyv rýchlosti je mierny; $m \approx 1$ znamená zhruba lineárne zmäkčovanie s T

Johnson–Cook ↓ 4 · Kalibrácia

Určenie A, B, n, C a m

- **1 · A**: medza klzu pri $\dot{\varepsilon}_0$ a T_r (kvázistatický ťah/tlak)
- **2 · B, n**: $\ln(\sigma - A) = \ln B + n \ln \varepsilon$ — fit log–log z tej istej skúšky
- **3 · C: pri konštantnom ε** $\sigma/\sigma_{ref} = 1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*$ → **sklon (SHPB pri 10^3–10^4 s^{-1})**
- **4 · m**: pri konštantnom ε, $\dot{\varepsilon}$: $\ln(1 - \sigma/\sigma_{ref}) = m \ln T^*$
- **5 · Kontrola**: krivky SHPB korigujte na **adiabatický ohrev**; overte na nezávislej skúške (Taylor, rezná sila)

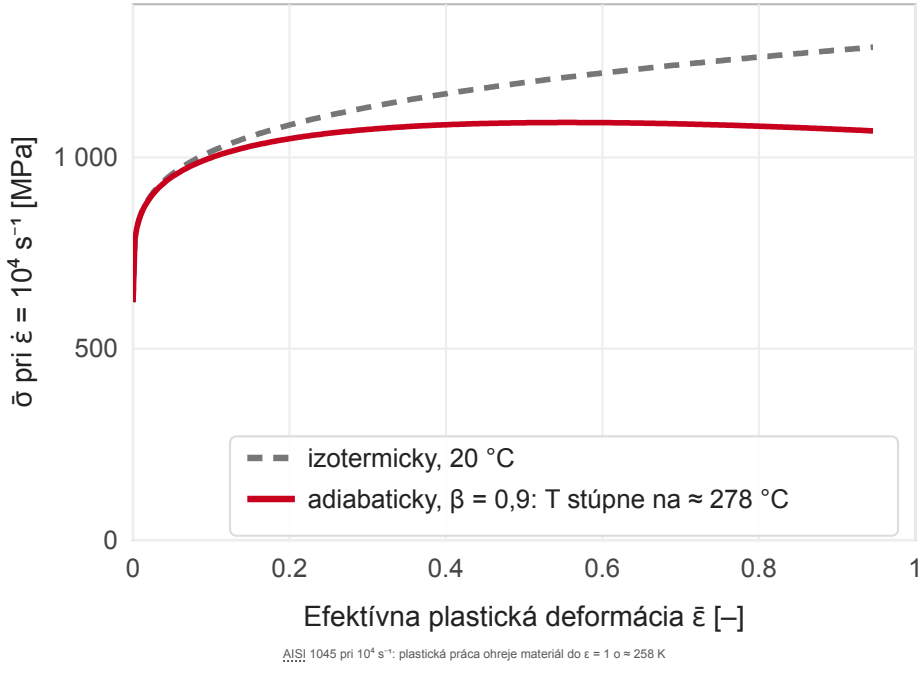
Alternatíva: fitovať všetkých päť konštánt naraz metódou najmenších štvorcov (alebo inverznou MKP skúšok) — menšia celková chyba, menšia prehľadnosť



Krok 3 so syntetickými bodmi (C = 0,0134): regresia dá C = 0,0137

Johnson–Cook ↓ 5 · Adiabatický ohrev

Tepelné zmäkčenie počas rýchlej deformácie



AISI 1045 pri 10^4 s^{-1}: plastická práca ohreje materiál do ε = 1 o ≈ 258 K

$$\rho\, c_p \dot{T} = \beta\, \bar{\sigma}\, \dot{\bar{\varepsilon}}, \qquad \beta \approx 0.9 \text{ (Taylor–Quinney)}$$

- Nad ≈ 10–100 s^{-1} nie je čas na vedenie tepla → **adiabatický** dej
- Tepelná zátvorka J–C potom s rastúcou T krivku spevnenia **znižuje**
- Spevnenie a zmäkčenie súperia → plochá alebo klesajúca krivka → **adiabatické šmykové pásy**, článkovanie triesky
- V MKP: vždy **zviazaný termomechanický** výpočet s ρ, c_p(T), k(T); nikdy nefitujte J–C na krivky SHPB, akoby boli izotermické

Obmedzenia — a modifikované modely Johnson–Cook

Známe obmedzenia

- **Žiadna väzba**: citlivosť na rýchlosť nezávisí od T, spevnenie nezávisí od $\dot{\varepsilon}$ ani T
- Konštantné C → nezachytí **nárast** nad 10^3–10^4 s^{-1} (viskózny odpor dislokácií)
- Presnosť klesá pri vysokej T; chýba zotavenie, rekryštalizácia aj fázová premena
- Neohraničené spevnenie (Ludwik) pri veľkých deformáciách
- Kovy BCC (medza klzu silno závislá od T) → Zerilli–Armstrong je často lepší

Modifikované tvary

DEFORM: $\bar{\sigma} = (A + B\bar{\varepsilon}^{\,n})(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^{*})\,\dot{\varepsilon}^{*\alpha}\,(D - E\,T^{*m})$

Lin a kol. 2010: $\bar{\sigma} = (A_1 + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2)(1 + C_1\ln\dot{\varepsilon}^{*})\,e^{(\lambda_1+\lambda_2\ln\dot{\varepsilon}^{*})(T-T_r)}$

Kvadratický rýchlostný člen: $1 + C_1\ln\dot{\varepsilon}^{*} + C_2(\ln\dot{\varepsilon}^{*})^2$

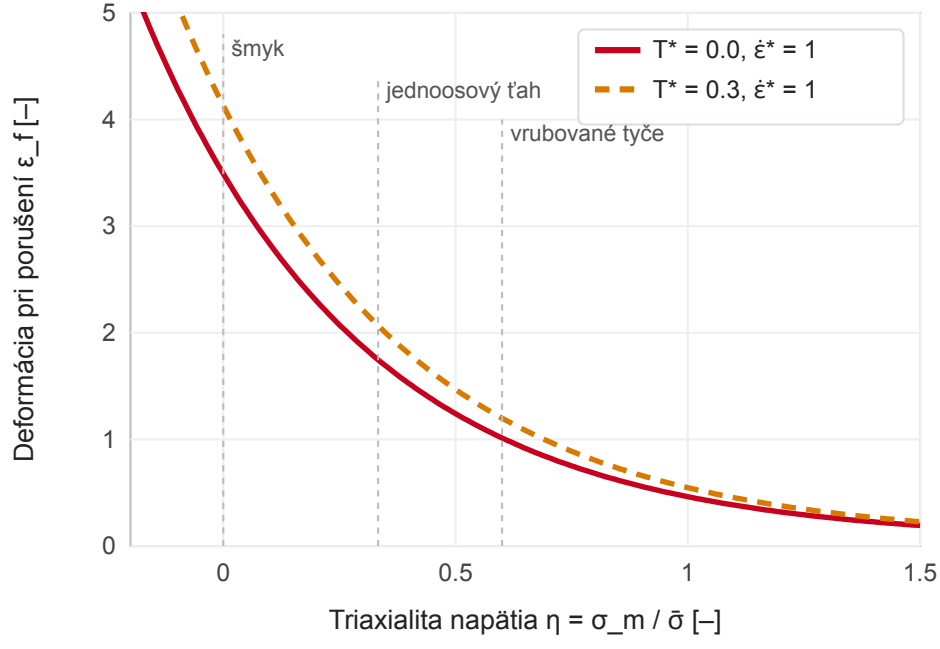
- Každý pridáva väzbu alebo zakrivenie — a konštanty; pôvodný tvar zostáva vo väčšine programov predvolený

Model porušenia (poškodenia) Johnson–Cook

$$\varepsilon_f = \left[D_1 + D_2\, e^{D_3 \eta}\right]\left[1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^*\right]\left[1 + D_5 T^*\right]$$

$$D = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}}{\varepsilon_f} \geq 1 \Rightarrow \text{porušenie (odstránenie prvku)}$$

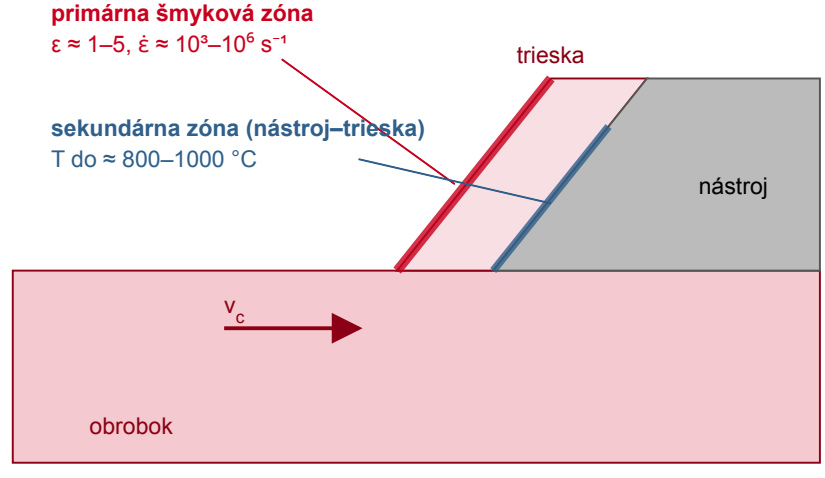
- $\eta = \sigma_m / \bar{\sigma}$ triaxialita napätia: šmyk 0, ťah ⅓, vrubované tyče 0,5–1
- Rovnaká štruktúra ako model tečenia: triaxialita × rýchlosť × teplota
- Oceľ 4340 (J–C 1985): D_1 = 0,05, D_2 = 3,44, D_3 = −2,12, D_4 = 0,002, D_5 = 0,61
- Kalibrácia: vrubované okrúhle tyče (η), krut (η ≈ 0), SHPB, skúšky za tepla
- Použitie: oddeľovanie triesky, strihanie, balistická perforácia; porovnajte s Cockcroftom–Lathamom (hlavná snímka 41)



Deformácia pri porušení prudko klesá s triaxialitou (oceľ 4340, J–C 1985)

Kde sa Johnson–Cook používa

Operácia	Prečo J–C	Typická $\dot{\varepsilon}$, T
Obrábanie (sústruženie, frézovanie, vŕtanie) — DEFORM-3D Machining	Tvorba triesky, rezné sily, teplota nástroja; J–C + poškodenie J–C pre článkovanie	10^3–10^6 s^{-1}, do ≈ 1000 °C
Náraz, balistika, Taylorova skúška	Pôvodný účel; robustný v explicitných programoch	10^3–10^5 s^{-1}, adiabaticky
Náraz karosárskych konštrukcií	Rýchlostné spevnenie oceľových a hliníkových plechov	1–10^3 s^{-1}
Vysokorýchlostné tvárnenie (elektromagnetické, výbuchom, buchar)	Rýchlosť + adiabatický ohrev	10^2–10^4 s^{-1}
Strihanie, delenie, dierovanie	Lokalizovaný šmyk, model poškodenia	10–10^3 s^{-1}
Kovanie za tepla	**Neodporúča sa** — použite zákon sinh alebo tabuľky	> 0,6 T_m



ortogonálne rezanie (schéma)

Ortogonálne rezanie: extrémna rýchlosť deformácie v primárnej šmykovej zóne, vysoká teplota na rozhraní nástroj–trieska

Praktické tipy, zhrnutie a otázky

Tipy pre DEFORM

- Zvoľte položku J–C v Plastic → Flow stress; nastavte D = 1, E = 1, α = 0 pre pôvodný tvar
- T_r, T_m zadajte v teplotných jednotkách úlohy; $\dot{\varepsilon}_0$ nastavte na referenčnú rýchlosť publikovanej sady
- Počítajte **zviazane s teplotou**; zadajte k(T), $\rho c_p(T)$
- Pred výpočtom vykreslite σ(ε) pri $\dot{\varepsilon}$ a T procesu v okne Material

Zhrnutie

1. Tri nezávislé zátvorky: spevnenie × rýchlosť × zmäkčenie
2. Päť konštánt z kvázistatických skúšok, SHPB a skúšok za tepla
3. Silný s adiabatickým ohrevom: šmykové pásy, triesky, náraz
4. Slabý tam, kde sa T a $\dot{\varepsilon}$ ovplyvňujú: tvárnenie za tepla, veľmi vysoké rýchlosti

Overte sa

1. Ktorá skúška dá C a ktorá m?
2. Čo robí rýchlostná zátvorka pod $\dot{\varepsilon}_0$ a ako sa tomu vyhnete?
3. Prečo treba krivky SHPB pred fitovaním korigovať?
4. Pomenujte dva fyzikálne javy, ktoré J–C nedokáže opísať.
5. Ako mení triaxialita deformáciu pri porušení podľa J–C?

Stlačte ↑ pre návrat do hlavnej prednášky alebo → pre pokračovanie na Zerilliho–Armstronga.

Zerilli–Armstrong — fyzika dislokácií, BCC vs FCC

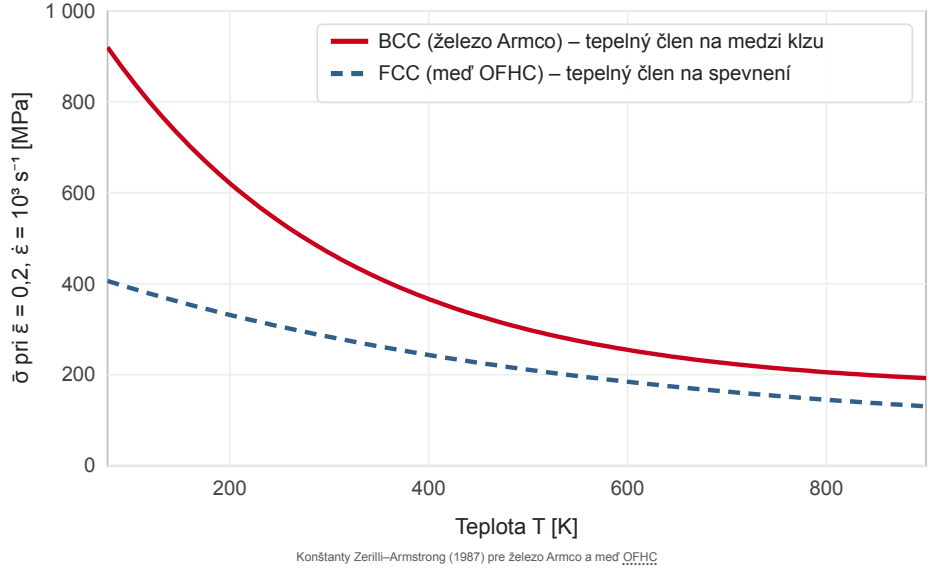
BCC:

$$\bar{\sigma} = C_0 + C_1 e^{-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}} + C_5 \, \bar{\varepsilon}^{\,n}$$

FCC:

$$\bar{\sigma} = C_0 + C_2 \, \bar{\varepsilon}^{1/2} \, e^{-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}}$$

- Založený na tepelne aktivovanom pohybe dislokácií; T v kelvinoch
- **BCC** (ocele, Ta, Mo): T a $\dot{\varepsilon}$ ovplyvňujú *medzu klzu* (Peierlsova bariéra)
- **FCC** (Cu, Al, Ni, austenit): T a $\dot{\varepsilon}$ ovplyvňujú *spevnenie*
- Zoznam DEFORMu: $\bar{\sigma} = a + c_1 \exp(-c_3 T + c_4 T \ln \dot{\bar{\varepsilon}}) + c_5 \bar{\varepsilon}^{\,n}$



Konštanty Zerilli–Armstrong (1987) pre železo Armco a meď OFHC

▼ Hĺbkový pohľad: 10 snímok o modeli Zerilli–Armstrong — stlačte ↓

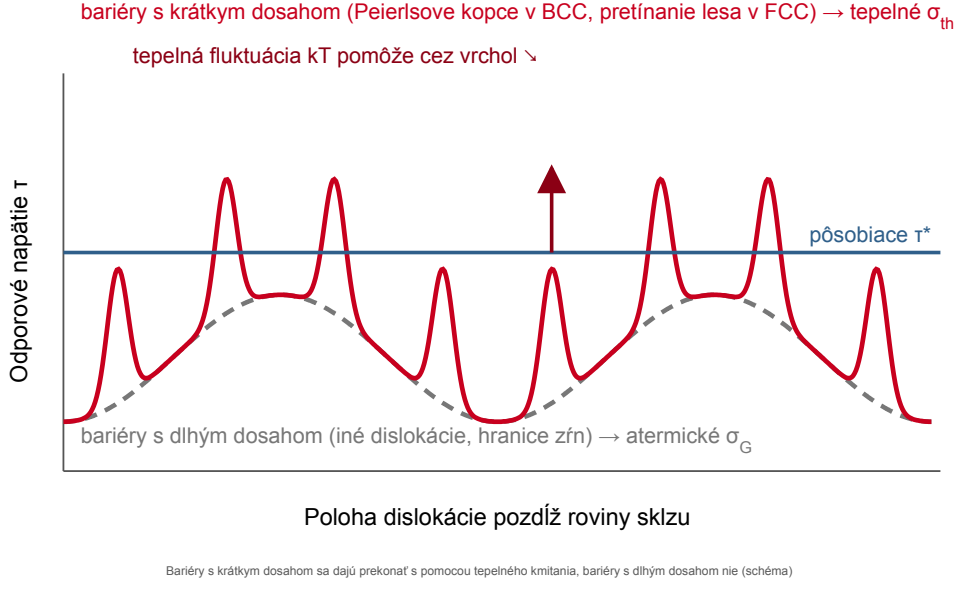
Zerilli–Armstrong ↓ 1 · Pôvod a motivácia

Prečo model založený na dislokáciách?

- **F. J. Zerilli & R. W. Armstrong**, Naval Surface Warfare Center, *J. Appl. Phys.* 61 (1987) 1816
- Cieľ: pretvárny odpor pre programy **dynamiky materiálov** — náraz, prienik, výbuchové zaťaženie
- Empirické modely (Johnson–Cook 1983) berú T a $\dot{\varepsilon}$ ako **nezávislé** faktory a používajú **rovnaký tvar pre každý kov**
- Experimenty ukázali: v **železe** závisí od T a $\dot{\varepsilon}$ silno medza klzu; v **medi** hlavne spevnenie
- Myšlienka: odvodiť tvar z **tepelne aktivovaného pohybu dislokácií** — a nechať o tvare rozhodnúť **kryštálovú mriežku**

	Johnson–Cook	Zerilli–Armstrong
Základ	Empirický fit	Mechanika dislokácií
Väzba T–$\dot{\varepsilon}$	Žiadna (súčin zátvoriek)	Zabudovaná: $e^{-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}}$
Mriežka	Rovnaký tvar pre všetky	Tvary BCC / FCC / HCP
Veľkosť zrna	Nie explicitne	Hallov–Petchov člen $k\, d^{-1/2}$
Teplota	Homologická T*, potrebuje T_m	Absolútna T [K]
Konštanty	5 (A, B, n, C, m)	5–6 ($C_0 \ldots C_5$, n)

Tepelná aktivácia: dislokácie preskakujú bariéry



Bariéry s krátkym dosahom sa dajú prekonať s pomocou tepelného kmitania, bariéry s dlhým dosahom nie (schéma)

$$\bar{\sigma} = \underbrace{\sigma_G}_{\text{atermické}} + \underbrace{\sigma_{th}(T,\dot{\varepsilon})}_{\text{tepelné}} + \underbrace{k\,d^{-1/2}}_{\text{Hall–Petch}}$$

Arrheniova frekvencia preskokov:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{k_B T}\right)$$

- ΔG = energia, ktorú napätie *nemusí* dodať; zvyšok dodá tepelné kmitanie
- Vyššia T → viac pomoci od kT → **nižšie** σ_{th}
- Vyššia $\dot{\varepsilon}$ → menej času čakať na fluktuáciu → **vyššie** σ_{th}
- σ_G: napäťové polia s dlhým dosahom, rozpustené prvky, počiatočná hustota dislokácií

Od Arrheniovho zákona k rovnici ZA

① Tepelné napätie z tepelnej aktivácie (aktivačná plocha A)

$$\sigma_{th} = \frac{M\,\Delta G_0}{A\,b}\, e^{-\beta T}, \qquad \beta = \beta_0 - \beta_1 \ln \dot{\varepsilon}$$

② BCC: A nezávisí od deformácie (Peierlsova bariéra)

$$\bar{\sigma} = C_0 + C_1\, e^{-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}} + C_5\, \bar{\varepsilon}^{\,n}$$

③ FCC: A ∝ $\bar{\varepsilon}^{-1/2}$ (hustota lesa ρ ∝ $\bar{\varepsilon}$)

$$\bar{\sigma} = C_0 + C_2\, \bar{\varepsilon}^{1/2}\, e^{-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\varepsilon}}$$

④ Spoločný atermický člen

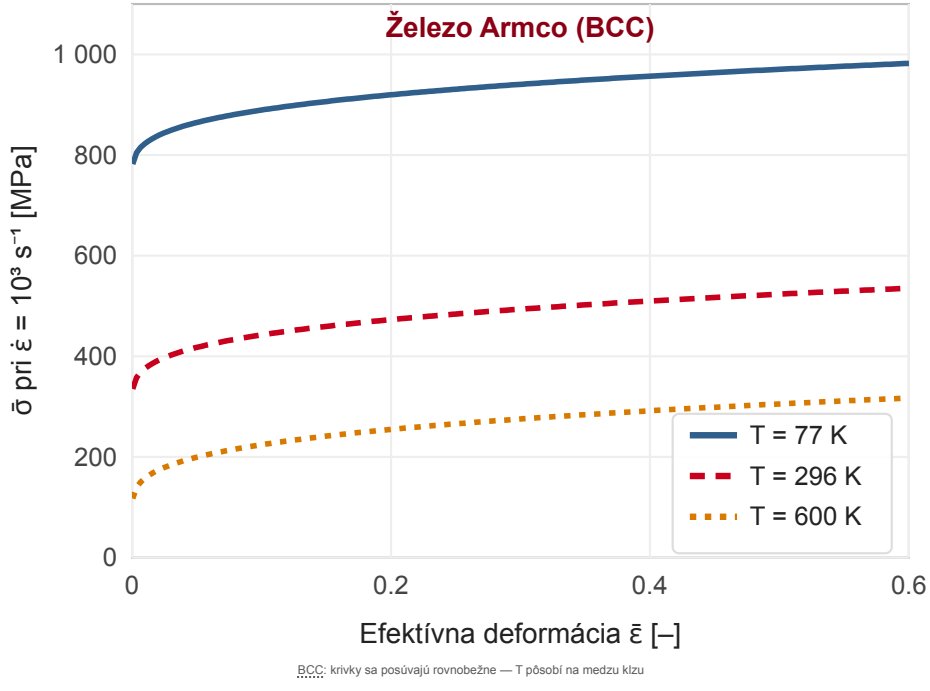
$$C_0 = \Delta\sigma'_G + k\, d^{-1/2}$$

Konštanta	Fyzikálny význam	Jednotka
C_0	atermické napätie + Hallov–Petchov člen	MPa
C_1 (BCC)	$M\Delta G_0/(Ab)$ — amplitúda tepelnej medze klzu	MPa
C_2 (FCC)	amplitúda tepelného spevnenia	MPa
$C_3 = \beta_0$	tepelné zmäkčenie	K^{-1}
$C_4 = \beta_1$	väzba T–$\dot{\varepsilon}$	K^{-1}
C_5, n (BCC)	atermické deformačné spevnenie	MPa, –
k, d	Hallov–Petchov sklon, veľkosť zrna	MPa·$mm^{1/2}$, mm

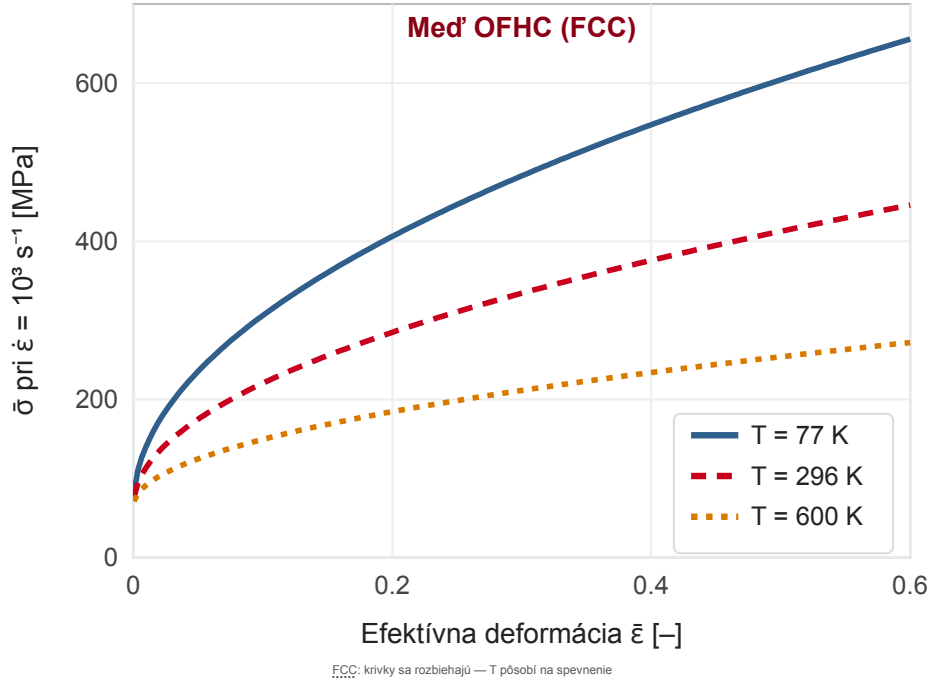
- M Taylorov faktor, b Burgersov vektor, ΔG_0 aktivačná energia pri 0 K
- $\dot{\varepsilon}$ v s^{-1} (normované $\dot{\varepsilon}_0 = 1\ s^{-1}$); **T vždy v kelvinoch**

Zerilli–Armstrong ↓ 4 · Rozhoduje kryštálová štruktúra

BCC vs FCC: rovnaké teploty, rozdielne krivky



BCC: krivky sa posúvajú rovnobežne — T pôsobí na medzu klzu

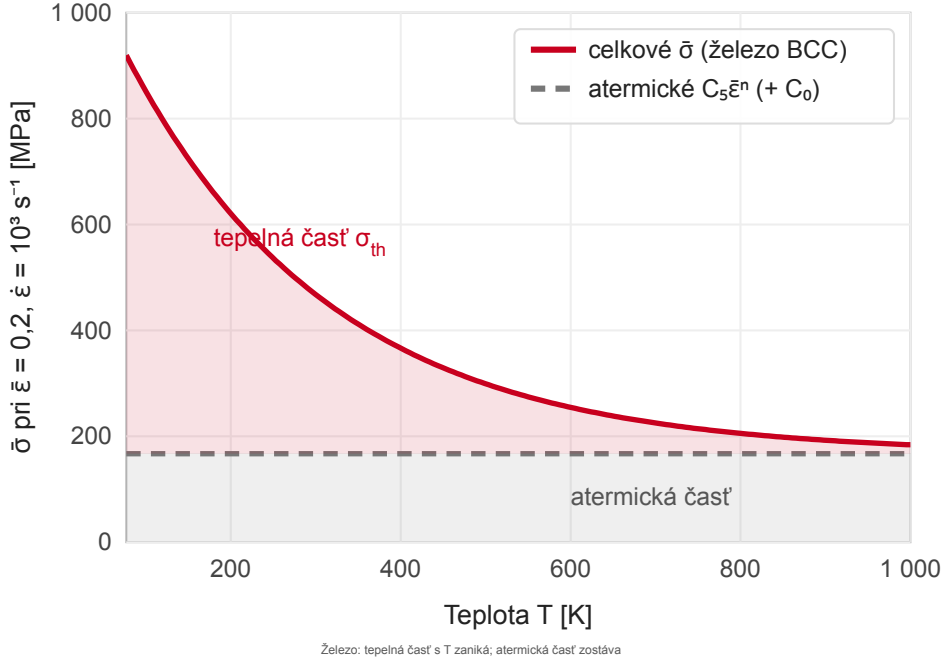


FCC: krivky sa rozbiehajú — T pôsobí na spevnenie

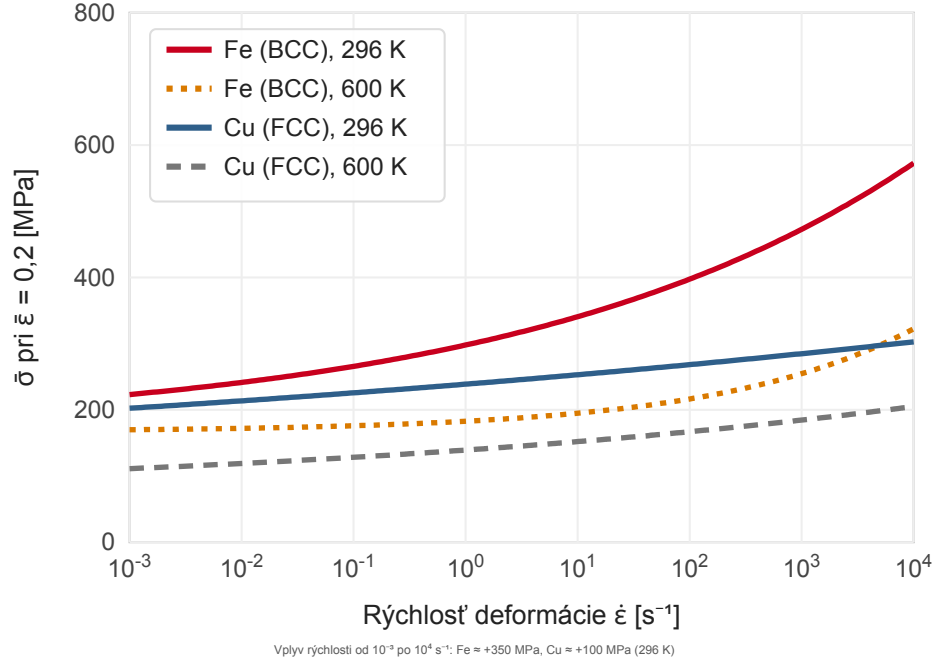
- **BCC** (feritické ocele, Fe, Mo, W, Ta, Nb): medza klzu citlivá na T a ε̇, krehkosť pri nízkych teplotách
- **FCC** (Cu, Al, Ni, austenitické ocele): medza klzu takmer nezávislá od T; rýchlosť spevnenia s T klesá
- **HCP** (Ti, Mg, Zr): oba javy → kombinované členy BCC + FCC (Zerilli & Armstrong, 90. roky)

Zerilli–Armstrong ↓ 5 · Citlivosti

Odkiaľ pochádza citlivosť na T a ε̇



Železo: tepelná časť s T zaniká; atermická časť zostáva



Vplyv rýchlosti od 10^{-3} po 10^{4} s^{-1}: Fe ≈ +350 MPa, Cu ≈ +100 MPa (296 K)

Citlivosť na rýchlosť: $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} = C_4 T \sigma_{th}$ — s T najprv rastie, potom klesá, keď $\sigma_{th} \to 0$; zámena T–ε̇: $\Delta T \leftrightarrow \Delta \ln \dot{\varepsilon} \cdot \frac{C_4 T}{C_3 - C_4 \ln \dot{\varepsilon}}$

Zerilli–Armstrong ↓ 6 · Konštanty a varianty

Publikované konštanty a varianty modelu

Kov	C_0	C_1 / C_2	C_3 [K^{-1}]	C_4 [K^{-1}]	C_5	n
OFHC Cu (FCC)	≈ 65*	C_2 = 890	0.0028	$1.15 \cdot 10^{-4}$	–	½
Armco Fe (BCC)	k $d^{-½}$	C_1 = 1033	0.00698	$4.15 \cdot 10^{-4}$	266	0.289
Tantal (BCC)	30	C_1 = 1125	0.00535	$3.27 \cdot 10^{-4}$	310	0.44

Napätia v MPa. *Cu: σ_G = 46,5 MPa + k $d^{-½}$ s k = 5 MPa·$mm^{½}$; d = 0,073 mm. Zdroje: Zerilli & Armstrong 1987; Banerjee 2005 (arXiv cond-mat/0512466); sada pre Ta podľa arXiv 1105.5514

DEFORM (rozbaľovací zoznam)

$$\bar{\sigma} = a + c_1 \exp(-c_3 T + c_4 T \ln \dot{\bar{\varepsilon}}) + c_5\, \bar{\varepsilon}^{\,n}$$ — tvar pre BCC

Modifikovaný ZA pre tvárnenie za tepla (Samantaray a kol. 2009)

$$\bar{\sigma} = (C_1 + C_2 \bar{\varepsilon}^{\,n}) \exp\{-(C_3 + C_4 \bar{\varepsilon}) T^* + (C_5 + C_6 T^*) \ln \dot{\varepsilon}^*\}$$

- $T^* = T - T_{ref}$, $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_{ref}$ — fitovaný na tlakové údaje za tepla z Gleeble
- Použitý pre 9Cr-1Mo, titánom modifikovanú austenitickú SS (R ≈ 0,995, AARE ≈ 5 %), zliatiny Ti, zliatiny Al, valcové ocele
- Stráca dislokačný význam — je to **poloempirický** fit; rozšírenia (IMZA) pridávajú ďalšie väzby

Implementovaný v

- DEFORM (zabudovaný) · LS-DYNA (*MAT_MODIFIED_ZERILLI_ARMSTRONG) · Ansys Explicit / Autodyn · Abaqus cez VUMAT

Zerilli–Armstrong ↓ 7 · Kalibrácia

Ako určiť konštanty (tvar pre BCC)

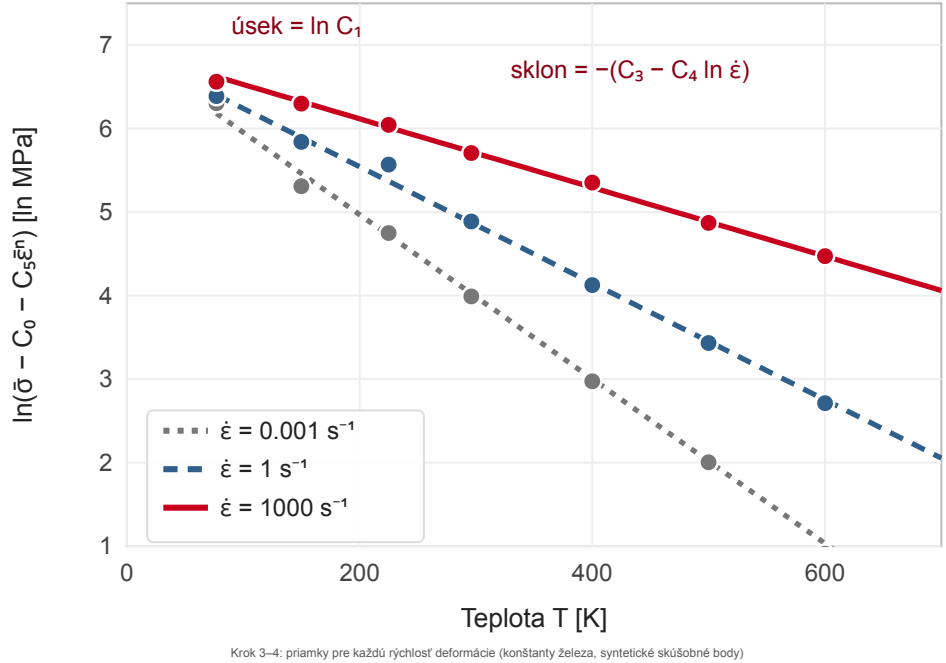
1 · Matica skúšok: kvázistatické (10^{-3}–10^{-1} s^{-1}) + SHPB (10^{3} s^{-1}) pri 3–5 teplotách, 77 K … 0,5 T_m

2 · Atermická časť: C_5, n zo spevnenia $\bar{\sigma} - \sigma_y$ voči $\bar{\varepsilon}$ (log–log); C_0 z veľkosti zrna alebo z plató pri vysokej T

3 · Linearizácia: $\ln(\bar{\sigma} - C_0 - C_5\bar{\varepsilon}^n) = \ln C_1 - (C_3 - C_4 \ln \dot{\varepsilon})\, T$

4 · Sklony pre každú $\dot{\varepsilon}$ → graf sklonu voči ln $\dot{\varepsilon}$: úsek C_3, sklon C_4

5 · Kontrola: AARE, R; simulujte **Taylorovu skúšku** alebo tlakovú skúšku v MKP (inverzná korekcia adiabatického ohrevu)

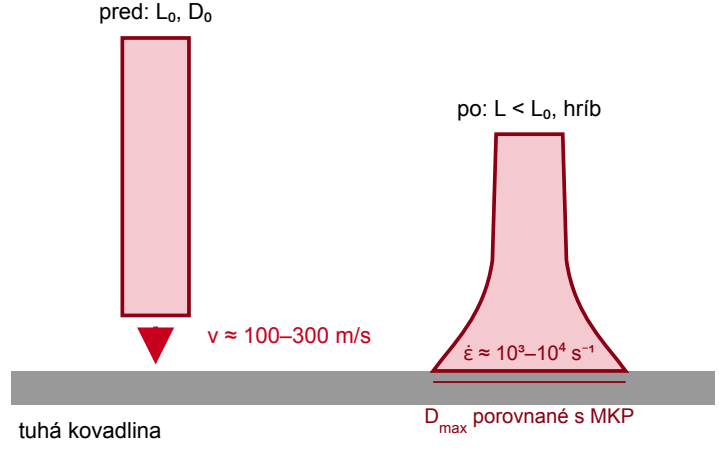


Krok 3–4: priamky pre každú rýchlosť deformácie (konštanty železa, syntetické skúšobné body)

Zerilli–Armstrong ↓ 8 · Použitie

Kde a v akých operáciách sa ZA používa

Operácia	Prečo ZA	Typická $\dot{\varepsilon}$, T
Taylorova nárazová skúška (overenie modelu)	Pôvodné overenie ZA pre Cu a Fe; jedna skúška preverí celé pole ε–$\dot{\varepsilon}$–T	10^3–10^4 s^{-1}, 296–1200 K
Balistika, penetrátory, vložky EFP	BCC Fe, Ta, W: silný vplyv rýchlosti pri vysokých rýchlostiach	10^4 s^{-1}, adiabaticky
Vysokorýchlostné obrábanie	Tvorba triesky, šmykové pásy v oceliach; porovnávaný s J–C	10^3–10^6 s^{-1}, do 1000 °C
Vysokorýchlostné tvárnenie (elektromagnetické, výbuchom, buchar)	Rýchlostné spevnenie feritických plechov a rúr	10^2–10^4 s^{-1}
Pechovanie za studena, náraz, prevádzka pri nízkej T	Medza klzu BCC vs spevnenie FCC; prechod húževnatý–krehký	1–10^3 s^{-1}, 200–400 K
Kovanie, valcovanie za tepla (modifikovaný ZA)	Poloempirický fit údajov z Gleeble	10^{-3}–10 s^{-1}, > 0,6 T_m



Taylorova nárazová skúška: konečná dĺžka a priemer hríba overia model

Obmedzenia ZA a tipy pre DEFORM

Známe obmedzenia

- Platí zhruba **pod 0,5 T_m**: bez dynamického zotavenia, rekryštalizácie, fázovej premeny
- Spevnenie BCC je atermické → pri vysokej T spevnenie nadhodnocuje
- Nad ≈ 10^4 s^{-1} dominuje **viskózny odpor dislokácií** — v modeli nie je
- Porovnávacia štúdia (Banerjee 2005, Cu): veľmi dobrý pre Taylorove skúšky pri izbovej T; **nadhodnocuje závislosť od T** pri vysokých rýchlostiach; väčšie chyby pri 1235 K
- Pôvodné konštanty pochádzajú z jedného stavu materiálu — veľkosť zrna a predchádzajúce tvárnenie za studena menia C_0

Kontrolný zoznam pre DEFORM

- Zvoľte položku ZA v **Plastic** → **Flow stress**; konštanty a, c_1, c_3, c_4, c_5, n
- Konštanty sú fitované s **T v kelvinoch** a napätím v MPa — pred zadaním publikovaných hodnôt to porovnajte so sústavou jednotiek úlohy
- Použite simuláciu **zviazanú s teplotou**: adiabatický ohrev pri vysokých rýchlostiach je podstatný
- Vykreslite $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})$ pri 2–3 teplotách a rýchlostiach v okne Material a porovnajte so skúšobnými údajmi
- Tvárnenie za tepla nad 0,6 T_m → uprednostnite tabuľkové údaje alebo sinh-Arrhenius

Zerilli–Armstrong ↓ 10 · Zhrnutie

Zerilli–Armstrong v piatich bodoch

1. Odvodený z **tepelne aktivovaného pohybu dislokácií**: $\bar{\sigma}$ = atermická + tepelná časť + Hall–Petch
2. Tepelný člen $e^{-C_3T+C_4T\ln\dot{\varepsilon}}$ **viaže** T a $\dot{\varepsilon}$
3. **BCC**: T, $\dot{\varepsilon}$ pôsobia na medzu klzu (A = konšt.) · **FCC**: na spevnenie ($A \propto \bar{\varepsilon}^{-½}$) · HCP: oboje
4. Najlepší pre **vysoké rýchlosti pod 0,5 T_m**: náraz, obrábanie, vysokorýchlostné tvárnenie
5. Modifikovaný ZA = poloempirický fit pre tvárnenie za tepla; DEFORM má zabudovaný tvar pre BCC

Overte sa

1. Čo je aktivačná plocha a ako sa líši medzi BCC a FCC?
2. Ktorá konštanta viaže teplotu a rýchlosť deformácie?
3. Prečo je ZA lepší ako J–C pre železo pri 10^3 s^{-1} a −50 °C?
4. Prečo by ste nemali použiť pôvodný ZA pre kovanie pri 1150 °C?

Stlačte ↑ pre návrat do hlavnej prednášky alebo → pre pokračovanie priamo modelmi pre tvárnenie za tepla.

Pretvárny odpor Modely pre tvárnenie za tepla

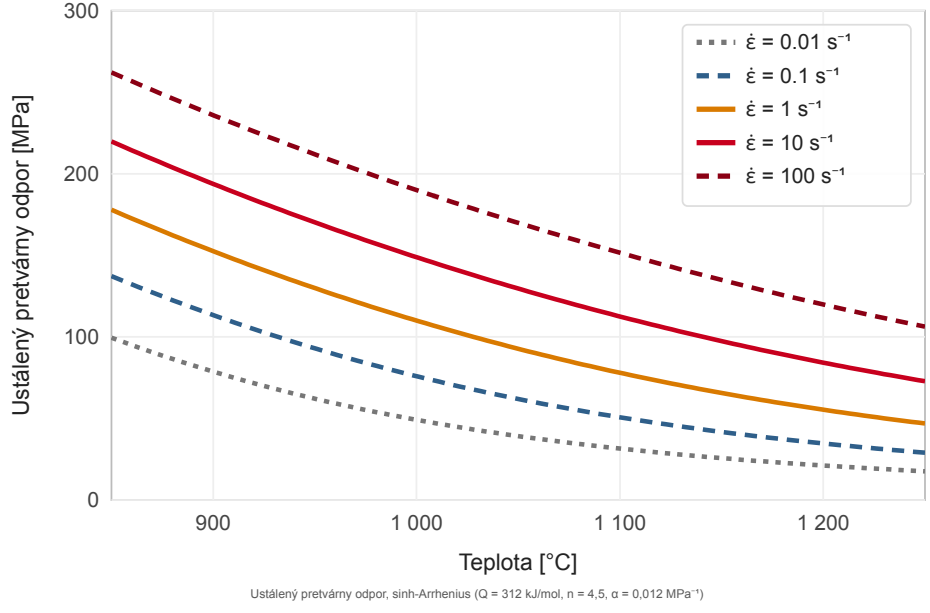
Tvárnenie za tepla: Zener–Hollomon, sinh-Arrhenius, Norton–Hoff

$$Z = \dot{\bar{\varepsilon}} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) = A\,[\sinh(\alpha\bar{\sigma})]^n$$

$$\Rightarrow\ \bar{\sigma} = \frac{1}{\alpha}\operatorname{arsinh}\left[\left(\frac{Z}{A}\right)^{1/n}\right]$$

Norton–Hoff: $\bar{\sigma} = K\,(\sqrt{3})^{m+1}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m}, \quad K = K(T, \bar{\varepsilon})$

- Jeden parameter Z spája T a $\dot{\varepsilon}$ — vyššie Z ⇒ vyššie napätie, jemnejšie zrno
- Oceľ C–Mn: Q ≈ 300–320 kJ/mol; zliatiny Al ≈ 150–160 kJ/mol
- DEFORM: v zozname tvar sinh a mocninový tvar $\dot{\bar{\varepsilon}} = A\bar{\sigma}^n e^{-\Delta H/RT}$



Ustálený pretvárny odpor, sinh-Arrhenius (Q = 312 kJ/mol, n = 4,5, α = 0,012 MPa⁻¹)

▼ Hĺbkový pohľad: 10 snímok o Zenerovi–Hollomonovi a zákone sinh — stlačte ↓

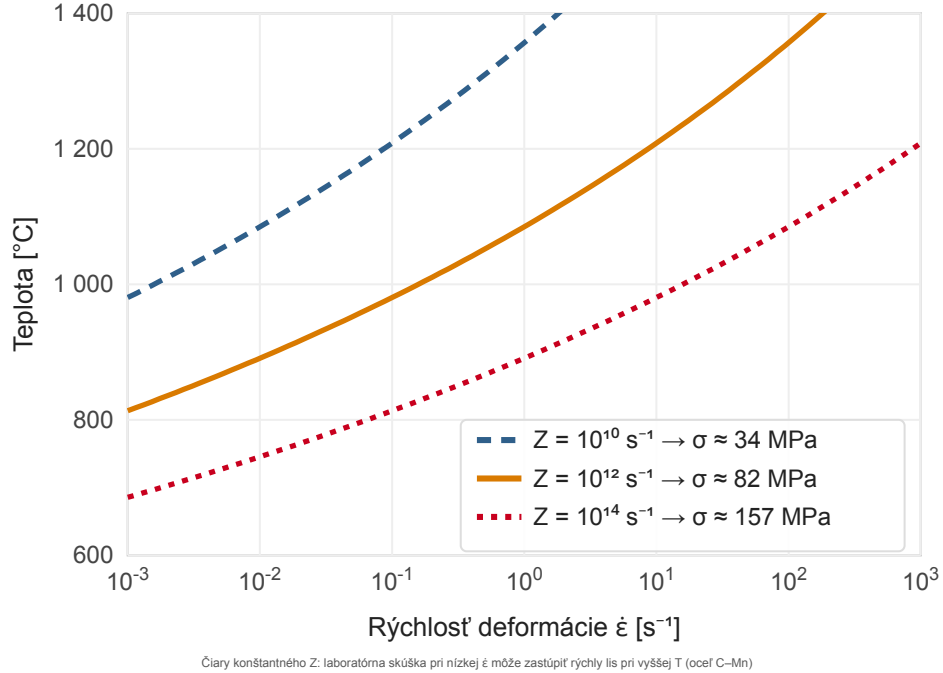
Zener–Hollomon ↓ 1 · Pôvod a myšlienka

Teplotne kompenzovaná rýchlosť deformácie

- **C. Zener & J. H. Hollomon**, “Effect of strain rate upon plastic flow of steel”, *J. Appl. Phys.* 15 (1944) 22
- Pozorovanie: zvýšenie $\dot{\varepsilon}$ má na pretvárny odpor rovnaký účinok ako **zníženie T**
- Obe vstupujú cez jeden parameter:

$$Z = \dot{\varepsilon}\,\exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \quad [\mathrm{s}^{-1}]$$

- Q aktivačná energia [J/mol], R = 8,314 J/(mol·K), **T absolútna [K]**
- Rovnaké Z ⇒ rovnaký pretvárny odpor **aj** podobná mikroštruktúra (veľkosť zrna po DRX)
- Príklad (Q = 312 kJ/mol): 1000 °C, 1 s^{-1} → Z ≈ 6,3·10¹² s^{-1}; 900 °C, 10 s^{-1} → 7,8·10¹⁴; 1200 °C, 0,01 s^{-1} → 1,2·10⁹



Čiary konštantného Z: laboratórna skúška pri nízkej ε̇ môže zastúpiť rýchly ľis pri vyššej T (oceľ C–Mn)

Prečo Arrhenius? Tvárnenie za tepla ako rýchle vysokoteplotné tečenie

- Nad ≈ 0,5 T_m riadi plastické tečenie **šplhanie a priečny sklz dislokácií** — obe potrebujú difúziu vakancií
- Difúzia je tepelne aktivovaná: $D = D_0\, e^{-Q_D/RT}$ → rýchlosť deformácie zdedí Arrheniov člen
- Spevnenie (množenie dislokácií) a zmäkčenie (dynamické zotavenie, **DRX**) sú v rovnováhe → ustálený stav
- Q tvárnenia za tepla ≥ Q samodifúzie: legovanie, brzdenie rozpustenými atómami a častice zvyšujú *zdanlivé* Q

$$\dot{\varepsilon} = f(\bar{\sigma})\, \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \iff Z = f(\bar{\sigma})$$

Materiál	Zdanlivé Q pre tvárnenie za tepla [kJ/mol]
Čistý Al (samodifúzia ≈ 142)	≈ 140 – 160
Zliatiny Al (6xxx, 7xxx)	≈ 140 – 200
Zliatina Mg AZ31	≈ 130 – 170
Ocele C–Mn a nízkolegované (30CrMoA: 262)	≈ 260 – 320
Austenitické nehrdzavejúce ocele	≈ 400 – 460
Ti-6Al-4V: oblasť β / (α + β)	≈ 246 / 621
Niklové superzliatiny	≈ 400 – 600

Typické rozsahy z literatúry; 30CrMoA podľa Zhang a kol. 2020; Ti-6Al-4V podľa „Hot deformation characteristics of Ti-6Al-4V" (CityU)

Mocninový zákon, exponenciálny zákon — a zákon sinh, ktorý ich spája

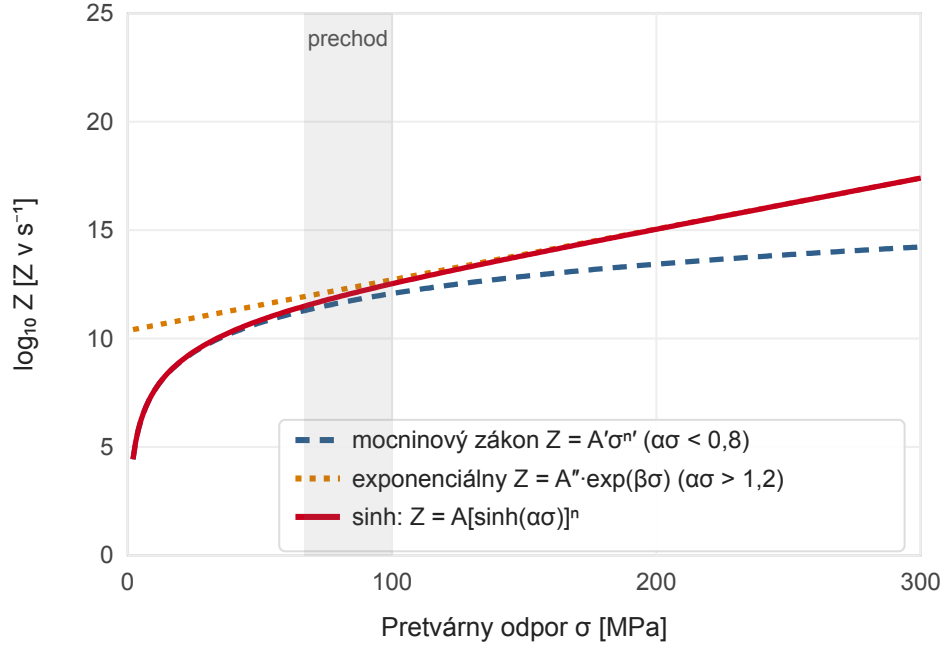
Nízke napätie (ασ < 0,8): $Z = A_1\,\bar{\sigma}^{\,n'}$

Vysoké napätie (ασ > 1,2): $Z = A_2\,e^{\beta\bar{\sigma}}$

Všetky napätia (Garofalo 1963; Sellars & Tegart 1966):

$$Z = A\,[\sinh(\alpha\bar{\sigma})]^n, \qquad \alpha \approx \beta/n'$$

- sinh x ≈ x pre malé x → mocninový zákon; sinh x ≈ $e^x/2$ pre veľké x → exponenciála
- Typicky: n ≈ 3–6, α ≈ 0,01–0,04 MPa^{-1} (ocele ≈ 0,01, zliatiny Al viac)
- Mocninový zákon = tečenie („zlyhanie mocninového zákona“ pri vysokom Z); exponenciála = rýchle tvárnenie za tepla



Rovnaké konštanty: zákon sinh sleduje mocninový zákon pri nízkom σ a exponenciálu pri vysokom σ

Inverzia zákona a čo z nej vyplýva

Pretvárny odpor ako funkcia Z

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\alpha} \ln\left\{ \left(\frac{Z}{A}\right)^{1/n} + \left[\left(\frac{Z}{A}\right)^{2/n} + 1 \right]^{1/2} \right\}$$

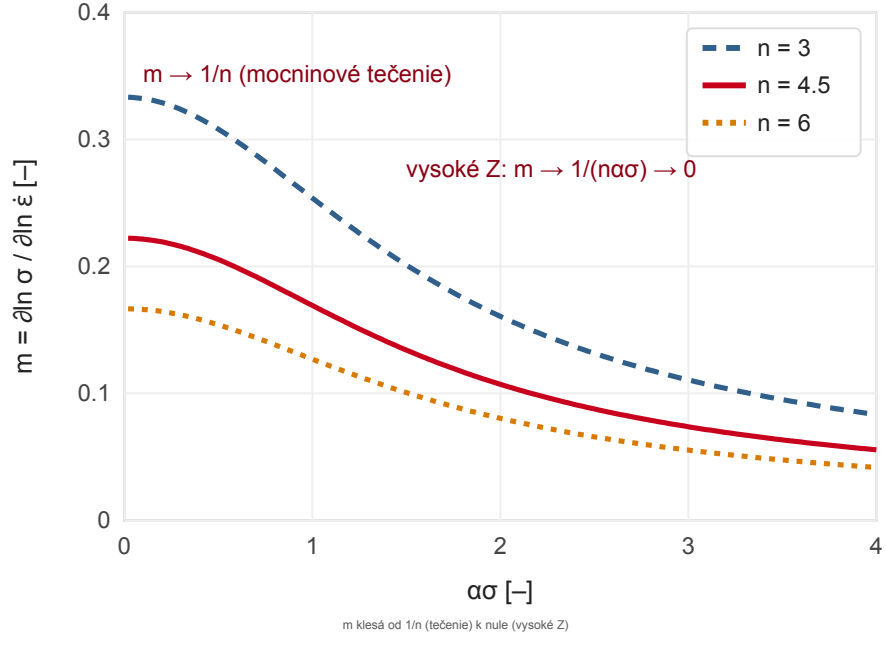
Citlivosť na rýchlosť deformácie

$$m = \frac{\partial \ln \bar{\sigma}}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} = \frac{\tanh(\alpha \bar{\sigma})}{n\, \alpha \bar{\sigma}}$$

Citlivosť na teplotu

$$\frac{\partial \ln \bar{\sigma}}{\partial T} = -\, m\, \frac{Q}{R T^2}$$

- Príklad: 1000 °C, 1 s^{-1} → σ = 110 MPa, ασ = 1,32, m ≈ 0,15; −10 K ≈ +3 % napätia



Zener–Hollomon ↓ 5 · Kalibrácia

Určenie α, n, Q a A z tlakových skúšok za tepla

1 · Skúšky: tlak na Gleeble, 4–6 T × 4 ε̇ (napr. 900–1200 °C, 0,01–10 s^{-1}); maximálne alebo ustálené σ

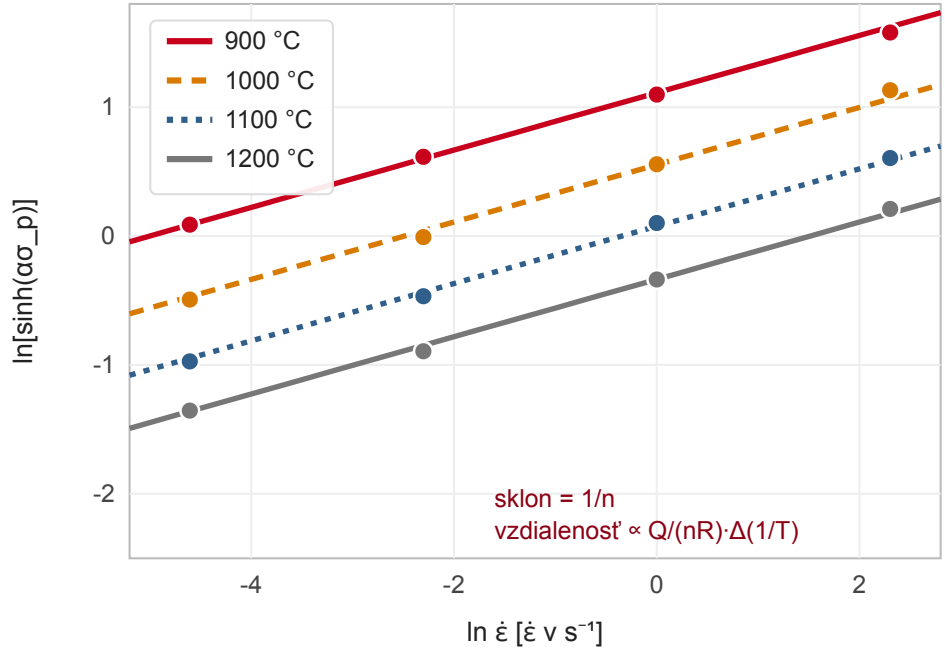
2 · n′ a β: sklon ln ε̇ voči ln σ (nízke σ) a ln ε̇ voči σ (vysoké σ) → α = β/n′

3 · n: $\ln \dot{\varepsilon} = \ln A - \frac{Q}{RT} + n \ln \sinh(\alpha\sigma)$ → **sklon ln sinh voči ln ε̇ = 1/n**

4 · Q = n R × sklon ln sinh(ασ) voči 1/T (pri konštantnej ε̇)

5 · A z úseku ln Z voči ln sinh(ασ); kontrola cez R a AARE

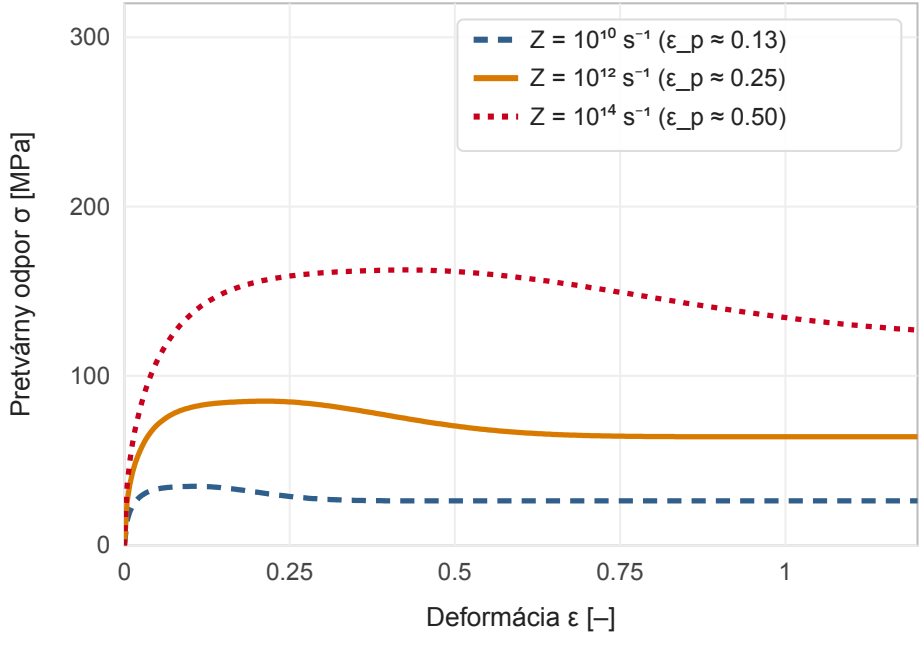
Príklad 30CrMoA (Zhang a kol. 2020): α = 0,011 MPa^{-1}, n = 4,40, Q = 262 kJ/mol, A = 3,67·10^9 s^{-1}, R = 0,983



Krok 3: rovnobežné priamky, jedna pre každú teplotu (syntetické body z konštánt pre C–Mn)

Zener–Hollomon ↓ 6 · Celé krivky spevnenia

Od jednej hodnoty napätia k celej krivke spevnenia



Typické krivky s DRX: maximum, potom zmäkčenie na ustálený stav (ilustračné, σ_p zo zákona sinh)

Arrheniov model s kompenzáciou deformácie

$\alpha, n, Q, \ln A = f(\bar{\varepsilon})$: polynómy 4. až 6. stupňa, fitované pri ε = 0,05 … 0,8

- Konštanty vyriešené pri každej deformácii → hladký polynóm → celá krivka σ(ε, ε̇, T)
- Široko používaný od Lin a kol. 2008 (42CrMo); presnosť typicky R ≈ 0,98–0,99, AARE ≈ 3–6 %
- Nevýhoda: 20–30 koeficientov, v polynómoch žiadna fyzika, zlé mimo nafitovaného rozsahu deformácií

Fyzika krivky

- Maximálne napätie σ_p aj ustálené σ_{ss} rastú so Z
- Deformácia v maxime rastie so Z a d_0: $\varepsilon_p = a\, d_0^{h}\, Z^{c}$, DRX začína pri $\varepsilon_c \approx 0.8\, \varepsilon_p$

Z riadi veľkosť zrna — a bezpečné procesné okno

Veľkosť zrna po DRX: $d_{DRX} = a\,Z^{-m_d}$, $m_d \approx 0{,}1–0{,}3$

Ustálené napätie ↔ veľkosť zrna: $\sigma_{ss} \propto d_{DRX}^{-k}$, $k \approx 0{,}7–0{,}8$

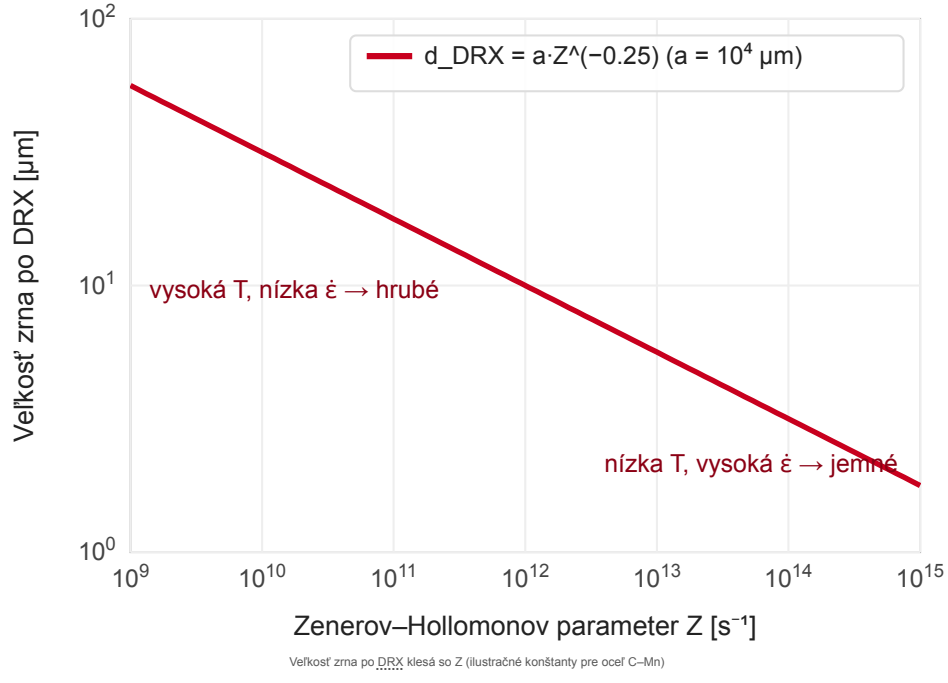
- Rovnaké rovnice sú v údajoch **Grain** v DEFORMe (JMAK, blok 8)
- Dokončovacie kovanie pri **vyššom Z** (nižšia T, rýchlejšie) → jemnejšie zrno, vyššia pevnosť

Procesné mapy (Prasad, dynamický materiálový model)

Účinnosť: $\eta = \dfrac{2m}{m+1}$

Nestabilita: $\xi = \dfrac{\partial \ln[m/(m+1)]}{\partial \ln \dot{\varepsilon}} + m < 0$

- Oblasti DRX: η ≈ 30–55 % (čistý Al: max ≈ 55 %) · nestabilita: šmykové pásy, praskanie



Veľkosť zrna po DRX klesá so Z (ilustračné konštanty pre oceľ C–Mn)

Norton–Hoff, Hensel–Spittel — a ako DEFORM preberá údaje

Norton–Hoff (viskoplastický mocninový zákon)

$$\bar{\sigma} = K(T,\bar{\varepsilon})\,(\sqrt{3})^{m+1}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m}$$ — napr. FORGE; m ≈ 0,1–0,2 za tepla

Hensel–Spittel (empirický, veľa členov)

$$\bar{\sigma} = A\,e^{m_1 T}\,\bar{\varepsilon}^{\,m_2}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m_3}\,e^{m_4/\bar{\varepsilon}}\,(1+\bar{\varepsilon})^{m_5 T}\,e^{m_7\bar{\varepsilon}}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^{\,m_8 T}\,T^{m_9}$$

- Bežný v knižniciach FORGE, QForm, Simufact — bez Z, ale z rovnakého zdroja údajov (tlak za tepla)

Zoznam pretvárneho odporu v DEFORMe

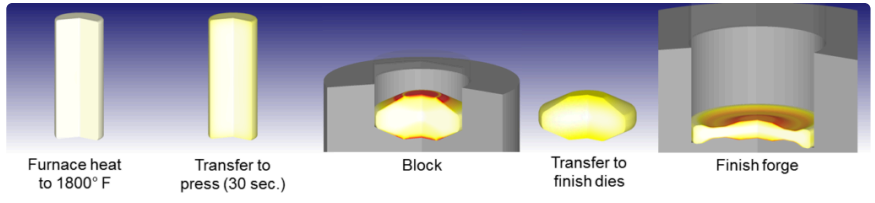
sinh: $\dot{\bar{\varepsilon}} = A\,[\sinh(\alpha\bar{\sigma})]^n \exp[-\Delta H/(R\,T_{abs})]$

mocninový: $\dot{\bar{\varepsilon}} = A\,\bar{\sigma}^{\,n} \exp[-\Delta H/(R\,T_{abs})]$

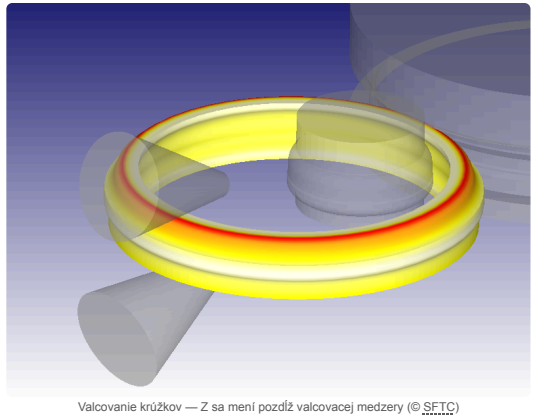
- ΔH ≡ Q; DEFORM používa **absolútnu** teplotu — skontrolujte, aké jednotky očakáva pre ΔH a R vo vašej sústave jednotiek
- Alternatíva: vypočítajte σ(ε, ε̇, T) zo zákona a zadajte ako **tabuľku** — ľahko sa kontroluje a pri malom ε možno pridať spevnenie
- Pred výpočtom vykreslite krivky v okne Material pri T a ε̇ procesu

Kde sa Z a zákon sinh používajú

Operácia	Použitie Z / zákona sinh
Zápustkové kovanie za tepla	Pretvárny odpor pre zaplnenie zápustky a silu; Z → veľkosť zrna po DRX vo výkovku
Valcovanie za tepla, úberové plány	Stredný pretvárny odpor v úbere; Z → rekryštalizácia medzi úbermi
Pretláčanie hliníka	Zákon sinh je klasický model (Sheppard & Wright); výstupná teplota a limity rýchlosti
Izotermické kovanie / kovanie v ohriatych zápustkách zliatin Ti, Ni	Nízka ε̇, blízko oblasti tečenia; m zo zákona sinh
Návrh procesu a prenos mierky	Rovnaké Z: prenos výsledkov z Gleeble na lis
Procesné mapy	Voľba bezpečných okien T–ε̇ (DRX, bez šmykových pásov)
Tečenie zápustiek a horúcich nástrojov	Rovnaká Arrheniova štruktúra, vetva nízkych napätí (mocninová)



Postup kovania disku za tepla (© SFTC)



Valcovanie krúžkov — Z sa mení pozdĺž valcovacej medzery (© SFTC)

Obmedzenia, zhrnutie a otázky

Obmedzenia

- Zákon ustáleného (alebo maximálneho) napätia — pre celú krivku treba kompenzáciu deformácie alebo model DRX
- Q, n, α platia len v odskúšanom okne T–ε̇; **fázové premeny** (α/γ, α/β) menia Q
- Nie pre tvárnenie za studena ani za poloohrevu: pod ≈ 0,5 T_m použite mocninový zákon alebo J–C
- Adiabatický ohrev pri vysokej ε̇ skresľuje skúšobné krivky → pred fitovaním korigujte

Zhrnutie

1. $Z = \dot{\varepsilon}\cdot\exp(Q/RT)$: jeden parameter pre T a ε̇ (T v K)
2. Fyzika: tepelne aktivované, difúziou riadené tečenie
3. Zákon sinh spája mocninový a exponenciálny zákon; $\sigma = (1/\alpha)\cdot\operatorname{arsinh}[(Z/A)^{1/n}]$
4. Z určuje aj veľkosť zrna po DRX a procesné okná

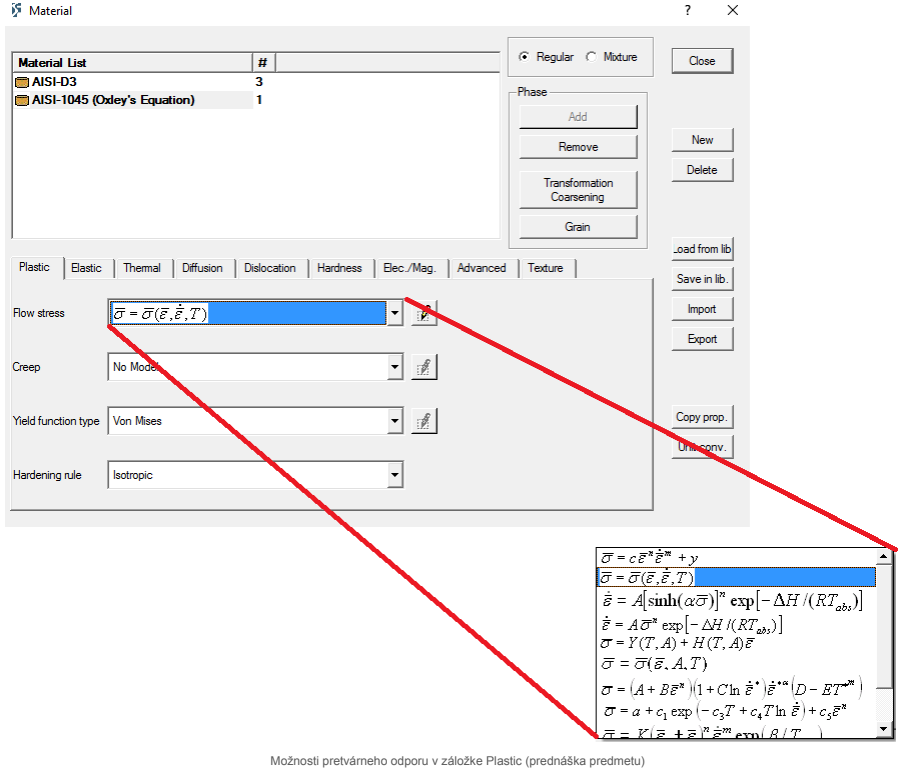
Overte sa

1. Vypočítajte Z pre 1100 °C, 5 s^{-1} a Q = 300 kJ/mol.
2. Prečo zákon sinh funguje pri nízkych aj pri vysokých napätiach?
3. Ktorý graf dá n a ktorý Q?
4. Výkovok má mať jemnejšie zrno. Zvýšite alebo znížite Z — a ako v praxi?
5. Prečo je model s kompenzáciou deformácie riskantný nad ε = 0,8?

Stlačte ↑ pre návrat do hlavnej prednášky alebo → pre pokračovanie.

Pretvárny odpor Za hranicou rovníc

Pretvárny odpor na báze mikroštruktúry, Al a vlastný



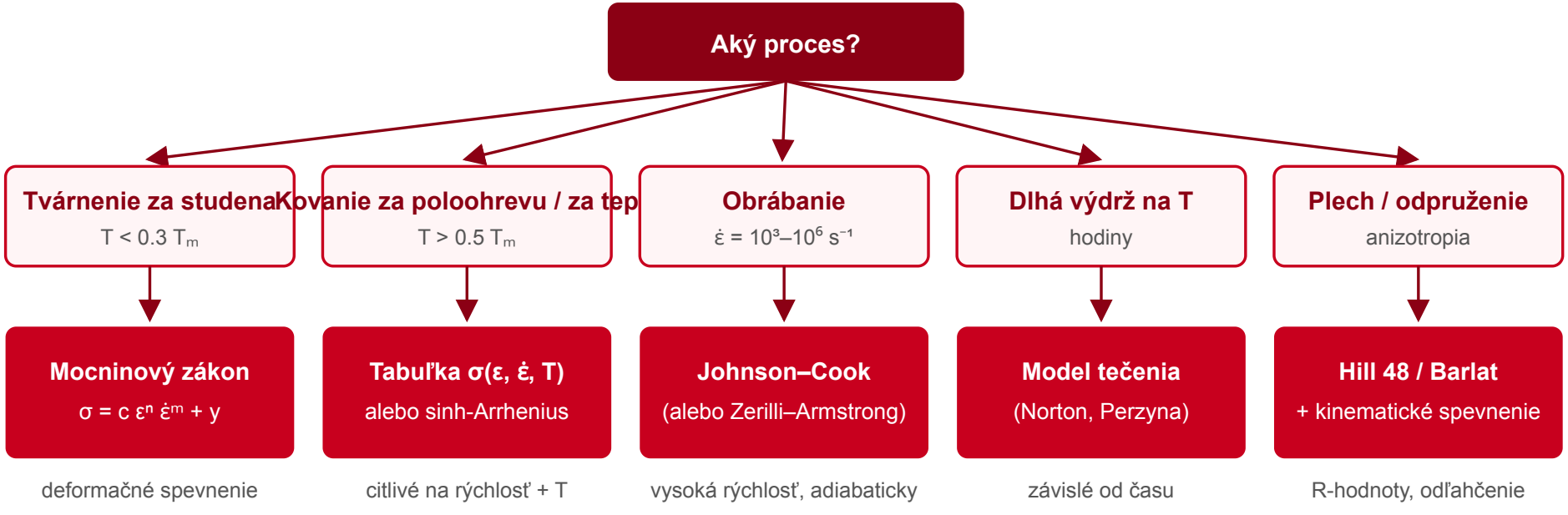
Možnosti pretvárneho odporu v záložke Plastic (prednáška predmetu)

Možnosť	Myšlienka	Kedy
Hustota dislokácií	$\bar{\sigma} = \sigma_0 + \alpha M G b \sqrt{\rho}$; ρ sa vyvíja s ε, ε̇, T	Viacoperačné kovanie za tepla, DRX
Textúra / kryštálová plasticita	Orientácie zŕn → anizotropné tečenie	Ti, Mg, plechy, cípatosť
Prediktor DNN	Neurónová sieť: chemické zloženie → krivka spevnenia	Bez skúšobných údajov, raný návrh
Používateľský podprogram	Vlastný podprogram vo FORTRANe skompilovaný do riešiča	Výskumné modely
Konverzia	Rovnica → tabuľka; skúšobné údaje → nafitovaný model	Tvorba knižnice

Material Suite (SFTC) fituje pretvárny odpor z tlakových údajov, zo zloženia počíta diagramy IRA a konštanty JMAK.

Pretvárny odpor Voľba modelu

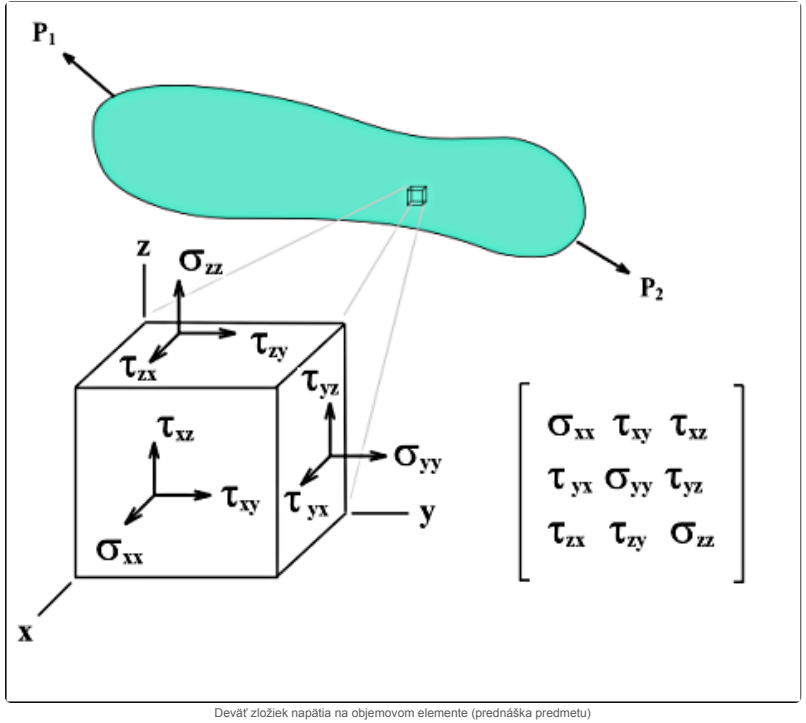
Model podľa procesu



Vždy: porovnajte nameraný rozsah ε, ε̇ a T s oknom procesu

Rozhodovací návod používaný v tomto predmete

Od tenzora napätia k jednému číslu: efektívne napätie



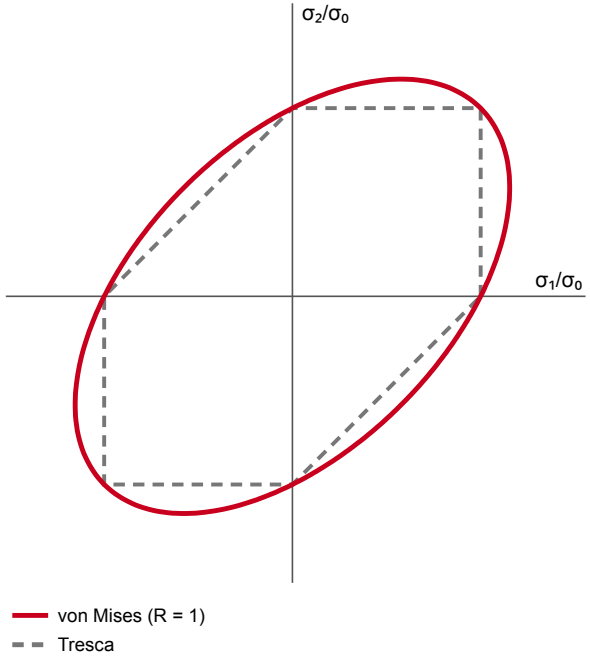
Deväť zložiek napätia na objemovom elemente (prednáška predmetu)

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\tfrac{3}{2}\, s_{ij} s_{ij}} = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]}$$

- Hydrostatická časť σ_m kompaktné kovy plasticky **nedeformuje**
- Krivka spevnenia (jednoosová) sa porovnáva s $\bar{\sigma}$ → tečenie, keď $\bar{\sigma} = \sigma_f(\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}, T)$
- **Podmienka plasticity** určuje, ako sa $\bar{\sigma}$ počíta — záložka Plastic, „Yield function type“

von Mises vs Tresca — izotropné podmienky plasticity

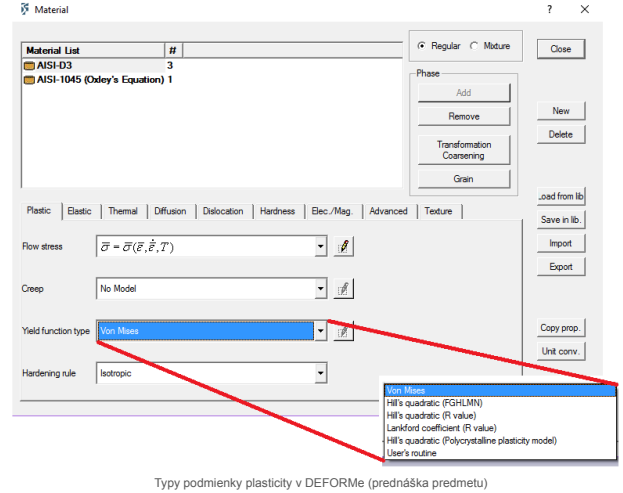


Plochy plasticity pri rovinnej napätosti ($\sigma_3 = 0$)

Tresca: $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_0}{2}$

von Mises: $\bar{\sigma} = \sigma_0$

- Max. rozdiel: **15,5 %** pri čistom šmyku ($k = \sigma_0/\sqrt{3}$ vs $\sigma_0/2$)
- Experimenty na väčšine kovov ležia bližšie k **von Misesovi**
- von Mises je hladký → vhodný pre MKP; predvolený v DEFORMe



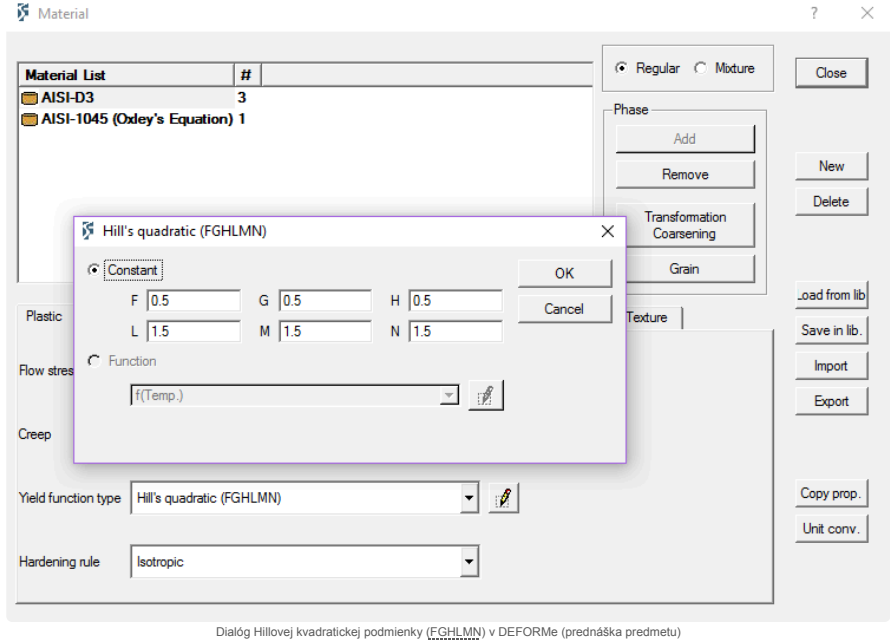
Typy podmienky plasticity v DEFORMe (prednáška predmetu)

Hill 1948 — ortotropná anizotropia

$$F(\sigma_{yy}-\sigma_{zz})^2+G(\sigma_{zz}-\sigma_{xx})^2+H(\sigma_{xx}-\sigma_{yy})^2+2L\tau_{yz}^2+2M\tau_{zx}^2+2N\tau_{xy}^2=1$$

- 6 konštánt F, G, H, L, M, N; osi = smer valcovania (x), priečny (y), normála (z)
- F = G = H = 1/(2σ_0^2), L = M = N = 3/(2σ_0^2) → von Mises
- DEFORM: zadajte priamo **FGHLMN** alebo **R-hodnoty** (nasledujúca snímka)

Z R-hodnôt (σ_0 v RD): $\frac{H}{G}=r_0,\quad \frac{H}{F}=\frac{r_0}{r_{90}},\quad \frac{N}{G}=\left(r_{45}+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{r_0}{r_{90}}\right)$

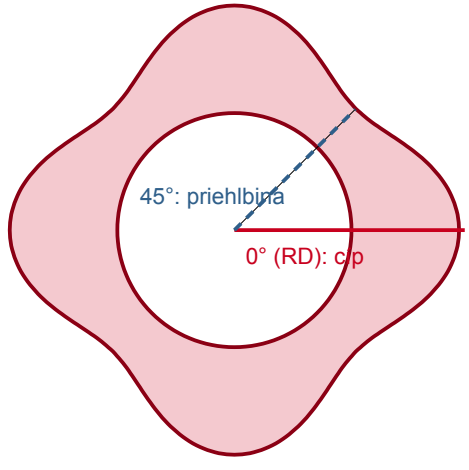


Dialóg Hillovej kvadratickej podmienky (FGHLMN) v DEFORMe (prednáška predmetu)

Lankfordove R-hodnoty, cípatosť a Barlat 91

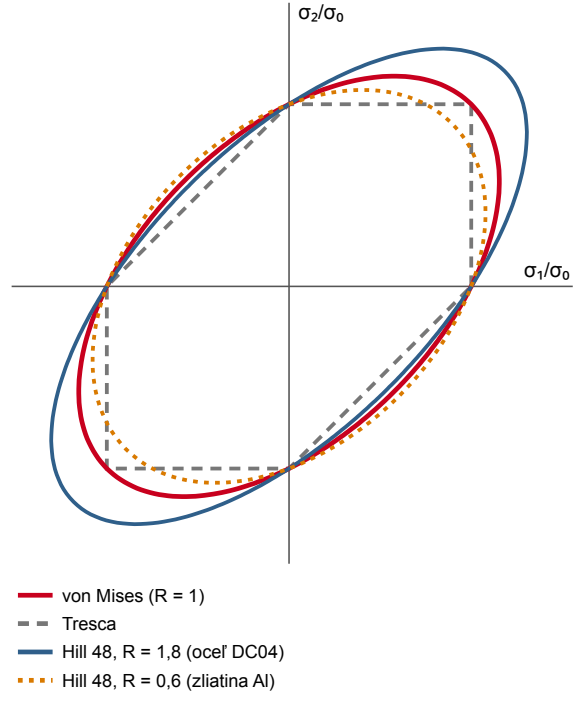
$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t}, \quad \bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4}, \quad \Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2}$$

- Vysoké $\bar{r}$ → dobrá hlbokoťažnosť (DC04: r̄ ≈ 1,6–1,9)
- $\Delta r \neq 0$ → **cípy** na ťahaných výťažkoch
- Zliatiny Al: r < 1 → Hill 48 zlyháva („anomálne“ správanie)
- **Barlat 91**: nekvadratická, exponent a = 6 (BCC) / 8 (FCC) — lepšia pre Al



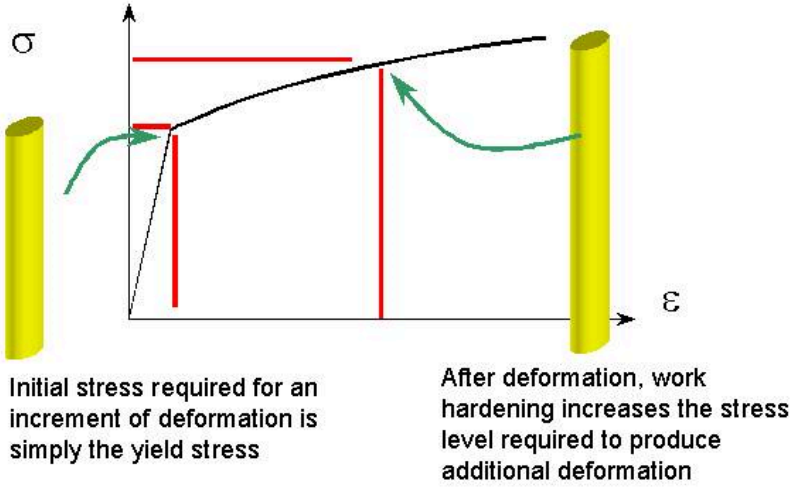
Pohľad zhora na výťažok, $\Delta r = (r_0 + r_{90} - 2r_{45})/2 > 0$

Štyri cípy v dôsledku plošnej anizotropie

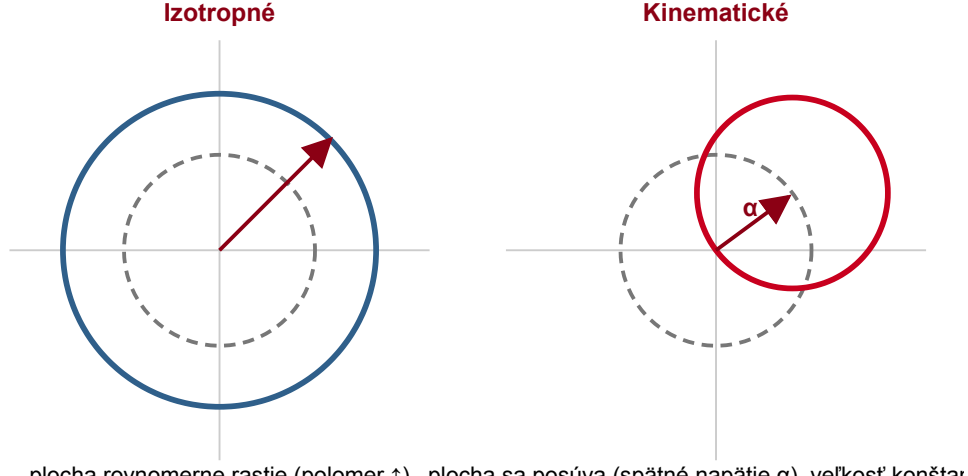


Hill 48 s normálovou anizotropiou, rovinná napätosť

Izotropné spevnenie — plocha plasticity sa rozpína



Deformačné spevnenie: opätovné zaťaženie potrebuje vyššie napätie (prednáška predmetu)

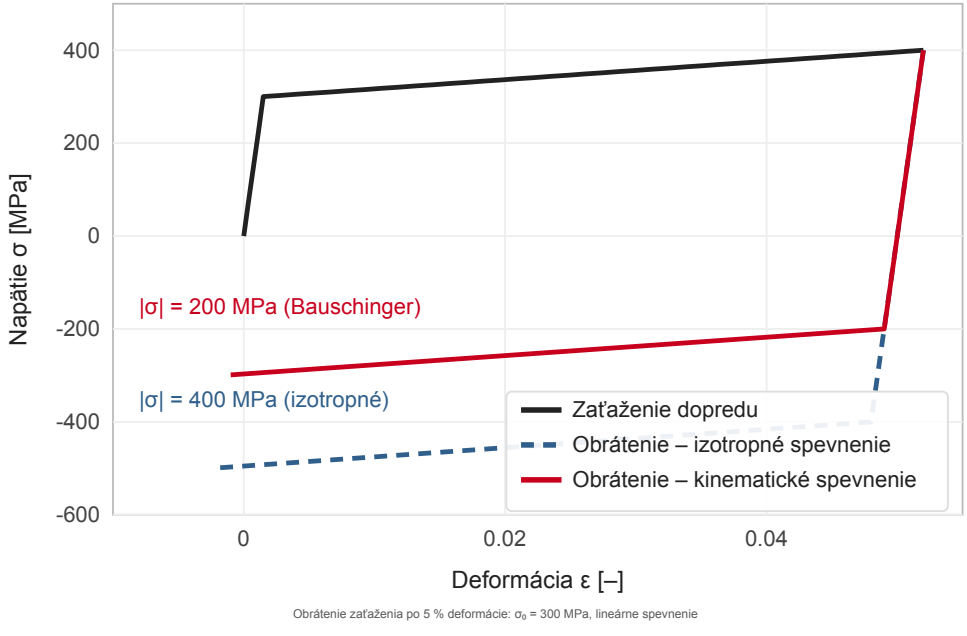


Izotropné (vľavo) a kinematické (vpravo) spevnenie v deviátorovej rovine

Izotropné: $f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_f(\bar{\varepsilon}^p) = 0$ — polomer plochy rastie s $\bar{\varepsilon}^p$

- Predvolené v DEFORMe; presné pre **monotónne** zaťaženie (väčšina kovania)

Kinematické spevnenie — plocha plasticity sa posúva



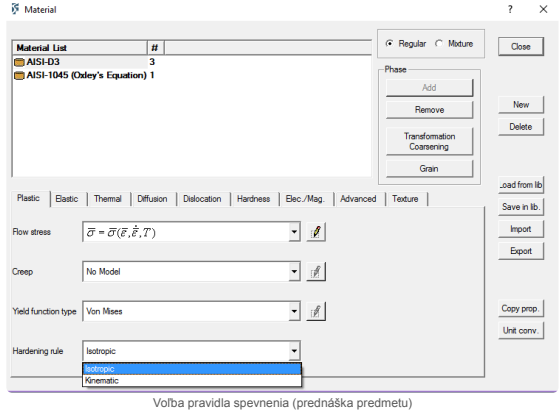
Obrátenie zaťaženia po 5 % deformácie: σ_0 = 300 MPa, lineárne spevnenie

$$f = \bar{\sigma}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_0 = 0$$

Prager / Ziegler: $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = c\,\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$

Armstrong–Frederick: $\dot{\boldsymbol{\alpha}} = c\,\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \gamma\,\boldsymbol{\alpha}\,\dot{\bar{\varepsilon}}^p$

- **Bauschingerov efekt**: po ťahu materiál začne v tlaku tiecť skôr
- Dôležité pri **ohybe a vyrovnaní** cez polomery nástroja a brzdiace rebrá, cyklické zaťaženie
- Zmiešané spevnenie: podiel izotropného + podiel kinematického
- Údaje: skúšky ťah–tlak alebo cyklický šmyk



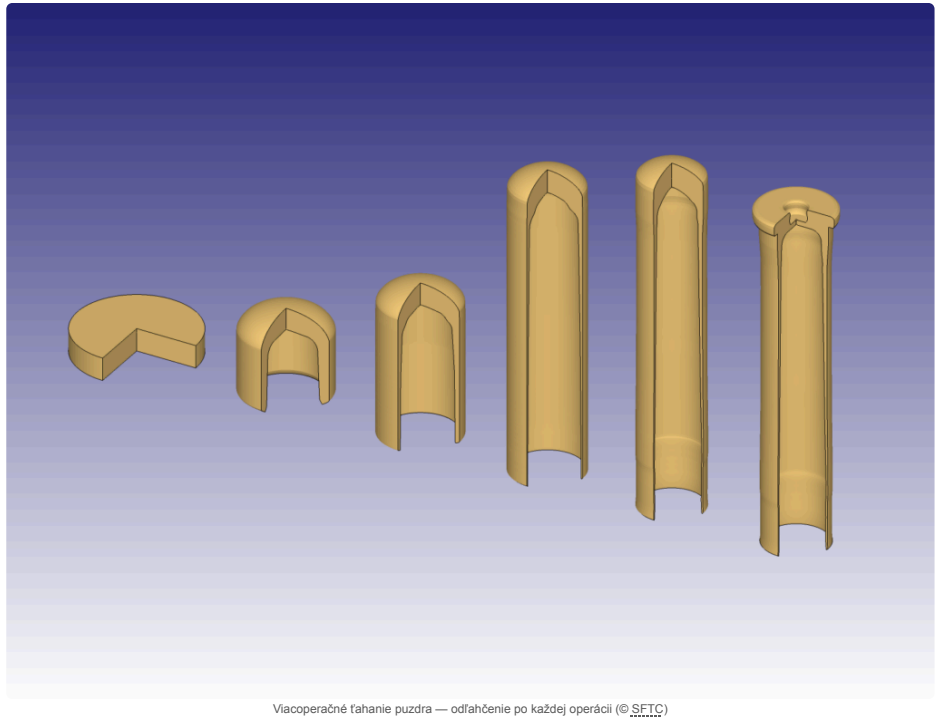
Voľba pravidla spevnenia (prednáška predmetu)

Plasticita a spevnenie Yoshida–Uemori

Dvojplochový model Yoshida–Uemori a odpruženie

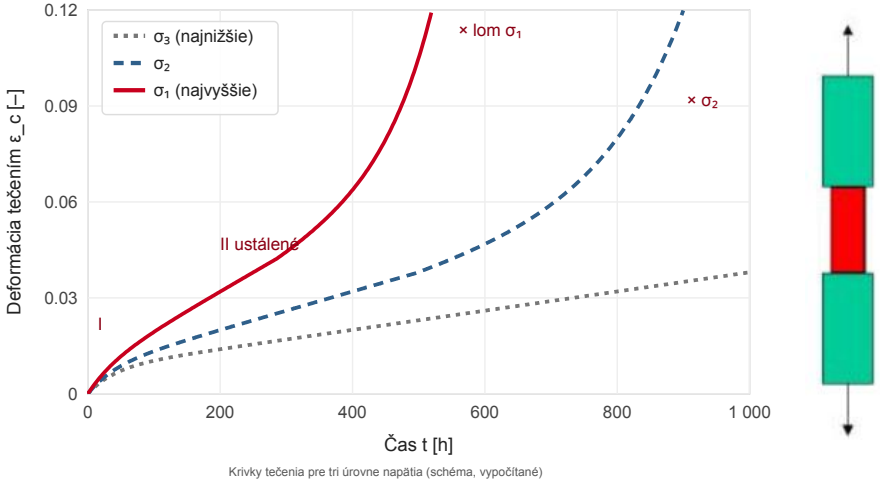
- **Dve plochy**: vnútorná plocha plasticity sa pohybuje vnútri ohraničujúcej plochy
- Zachytí: skoré opätovné tečenie, **prechodový** Bauschingerov efekt, trvalé zmäkčenie, stagnáciu spevnenia
- Navyše **pokles modulu E** s plastickou deformáciou: $E = E_0 - (E_0 - E_a)\,[1 - e^{-\xi \bar{\varepsilon}^p}]$
- 7 materiálových konštánt (Y, C, B, R_{sat}, b, m, h) z cyklických skúšok ťah–tlak
- Štandard pre odpruženie **AHSS** (ocele DP, TRIP, CP)

Kontrolný zoznam odpruženia: elasticko-plastický objekt · E($\bar{\varepsilon}^p$) · kinematické / Y-U spevnenie · anizotropná podmienka plasticity · ≥ 5 prvkov po hrúbke

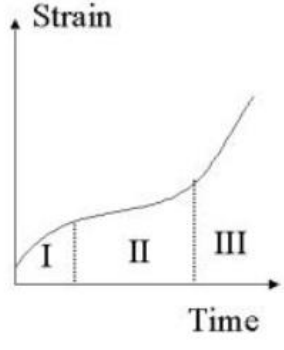


Viacoperačné ťahanie puzdra — odľahčenie po každej operácii (© SFTC)

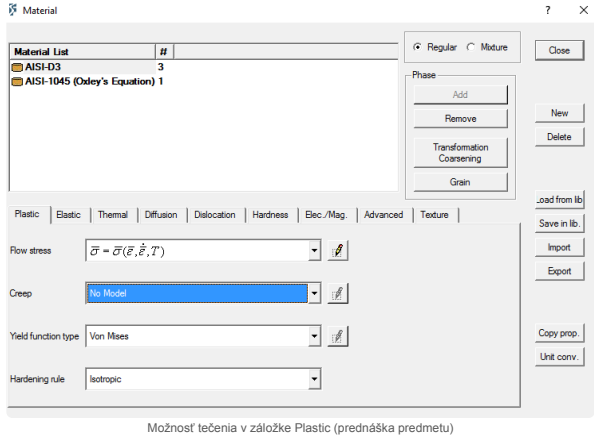
Tečenie: plastická deformácia pri konštantnom napätí v čase



Krivky tečenia pre tri úrovne napätia (schéma, vypočítané)



Štádiá I, II, III (prednáška predmetu)



Možnosť tečenia v záložke Plastic (prednáška predmetu)

- Významné nad ≈ **0,4 T_m**; deformácia rastie pri konštantnom zaťažení — I primárne, II ustálené (minimálna rýchlosť), III terciárne → lom
- V DEFORMe sa tečenie pridáva k elasticko-plastickej deformácii: $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p + \dot{\varepsilon}^c + \dot{\varepsilon}^{th}$

Tečenie Modely

Modely tečenia dostupné v DEFORMe

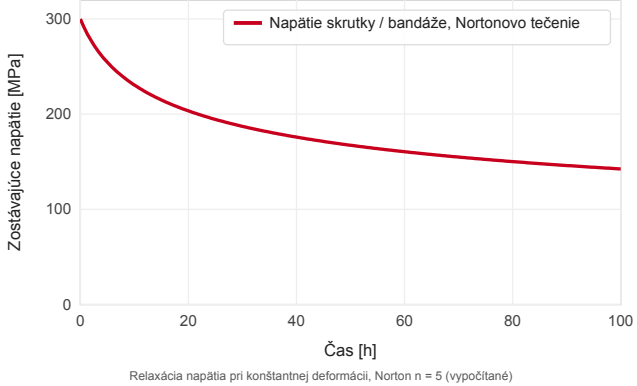
Model	Rovnica	Typické použitie
Mocninový zákon (Norton)	$\dot{\varepsilon}^c = A\,\bar{\sigma}^n$	Ustálené tečenie, relaxácia
Bailey–Norton	$\varepsilon^c = A\,\bar{\sigma}^n\,t^m$ (m < 1)	Primárne + sekundárne tečenie
Perzyna	$\dot{\varepsilon}^c = \gamma \left\langle \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_y} - 1 \right\rangle^p$	Viskoplasticita nad medzou klzu
Soderberg	$\dot{\varepsilon}^c = A\,[\exp(\bar{\sigma}/\sigma_0) - 1]$	Tečenie pri nízkom napätí
Exponenciálny	$\dot{\varepsilon}^c = A\,e^{B\bar{\sigma}}\,e^{-Q/RT}$	Tečenie pri vysokom napätí, závislé od T
Tabuľkový	$\dot{\varepsilon}^c = f(\bar{\sigma}, T, \varepsilon^c)$	Namerané údaje

- Nortonov exponent n: 3–8 pre dislokačné tečenie; ≈ 1 pre difúzne tečenie
- Konštanty fitujte na **rozsah napätí a teplôt procesu** — údaje o tečení sa extrapolujú ešte horšie ako pretvárny odpor

Zoznam modelov: manuál DEFORM V14, 10 Material Data – Creep

Tečenie Použitie

Kde sa tečenie prejaví pri tvárnení



Relaxácia napätia pri konštantnej deformácii, Norton n = 5 (vypočítané)

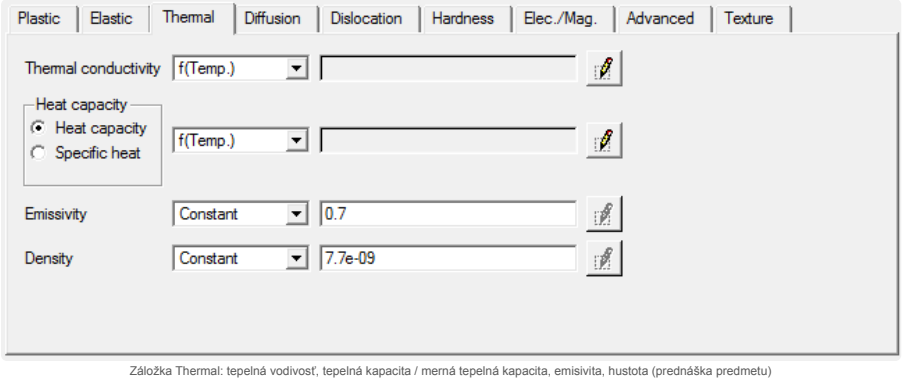
- **Relaxácia napätia**: bandážovacie krúžky zápustiek a skrutky pri teplote strácajú predpätie
- **Izotermické kovanie / kovanie v ohriatych zápustkách** zliatin Ti a Ni pri nízkej $\dot{\varepsilon}$ (10^{-3}–10^{-2} s^{-1})
- **Superplastické tvárnenie** Ti-6Al-4V, Al 5083 ($m \geq 0,5$)
- **Kalibrovanie za tepla, žíhanie na odstránenie pnutí**: zvyškové napätie počas výdrže klesá
- Tepelné spracovanie: tečenie počas pomalého ochladzovania a popúšťania

Obrázok nie je dostupný offline:
Rám na skúšku tečenia so závažím
https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/creep/dead_weight_frame.png

Rám na skúšku tečenia so závažím (© DoITPoMS, Univ. of Cambridge)

Tepelné údaje Záložka Thermal

Záložka Thermal



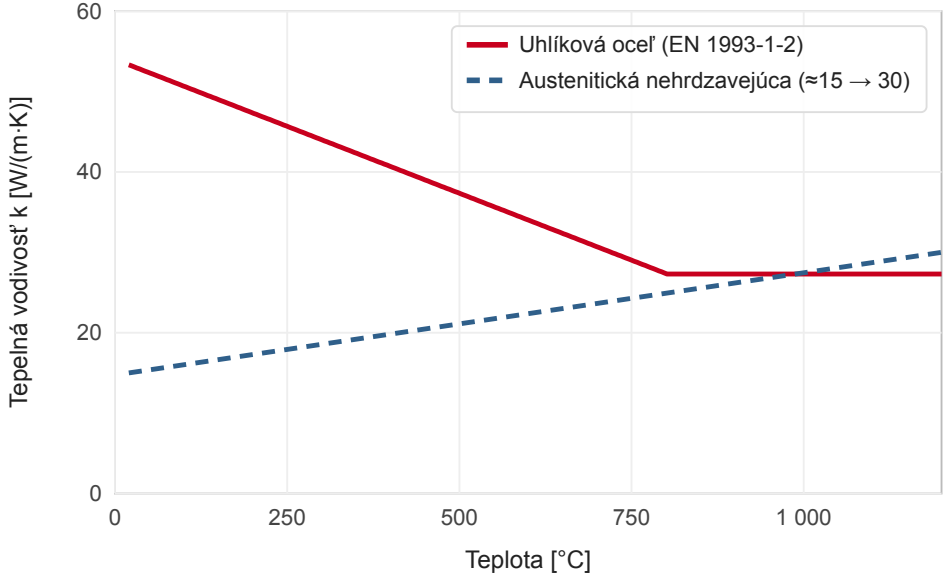
Záložka Thermal: tepelná vodivosť, tepelná kapacita / merná tepelná kapacita, emisivita, hustota (prednáška predmetu)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \beta \, \bar{\sigma} \, \dot{\bar{\varepsilon}} + \dot{q}_{tr} + \dot{q}_{EM}$$

Vlastnosť	Jednotka SI v DEFORMe	Riadi
Tepelná vodivosť k(T)	N/(s·°C) = W/(m·K)	Tok tepla vo výrobku
Tepelná kapacita $\rho c_p(T)$	N/(mm²·°C)	Ohrev na jednotku energie
Emisivita ε	–	Sálanie do okolia
Hustota ρ	t/mm³	Hmotnosť (buchary), možnosť Specific heat

Tepelné údaje Tepelná vodivosť

Tepelná vodivosť k(T)



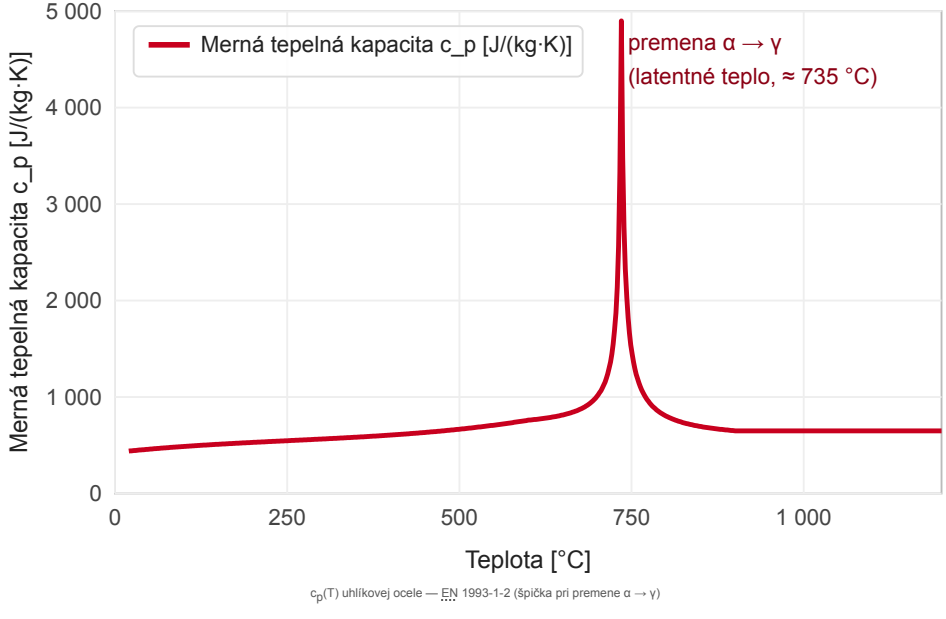
k(T): uhlíková oceľ podľa EN 1993-1-2; austenitická nehrdzavejúca (typicky)

Materiál, 20 °C	k [W/(m·K)]
Meď	≈ 390
Hliníkové zliatiny	120 – 200
Uhlíková oceľ	45 – 54
Nástrojová oceľ na práce za tepla H13	≈ 25 – 29
Nehrdzavejúca 304	≈ 15
Ti-6Al-4V	≈ 7

- Nízke k (Ti, Ni, nehrdzavejúce) → **vychladnutý povrch** pri kontakte so zápustkou, lokálne prehriatie v šmykových pásoch
- Uhlíková oceľ: k od 20 °C do 800 °C klesne na polovicu — pri kovaní za tepla vždy *f(Temp)*

Tepelné údaje Tepelná kapacita

Tepelná kapacita alebo merná tepelná kapacita?



c_p(T) uhlíkovej ocele — EN 1993-1-2 (špička pri premene α → γ)

$$\underbrace{\rho\, c_p}_{\text{tepelná kapacita}} \quad [\mathrm{N/(mm^2\,^\circ C)}] = \rho\,[\mathrm{t/mm^3}] \times \underbrace{c_p}_{\text{merná tepelná kapacita}} \quad [\mathrm{mm^2/(s^2\,^\circ C)}]$$

- Oceľ pri 20 °C: 7850 kg/m³ × 440 J/(kg·K) ≈ **3,45 N/(mm²·°C)**
- Nad 900 °C: c_p ≈ 650 J/(kg·K) → ≈ **5,1 N/(mm²·°C)**
- Možnosť *Specific heat* → DEFORM násobí hustotou
- Latentné teplo premeny: v špičke (Regular) *alebo* v údajoch Transformation (Mixture) — **nie oboje**

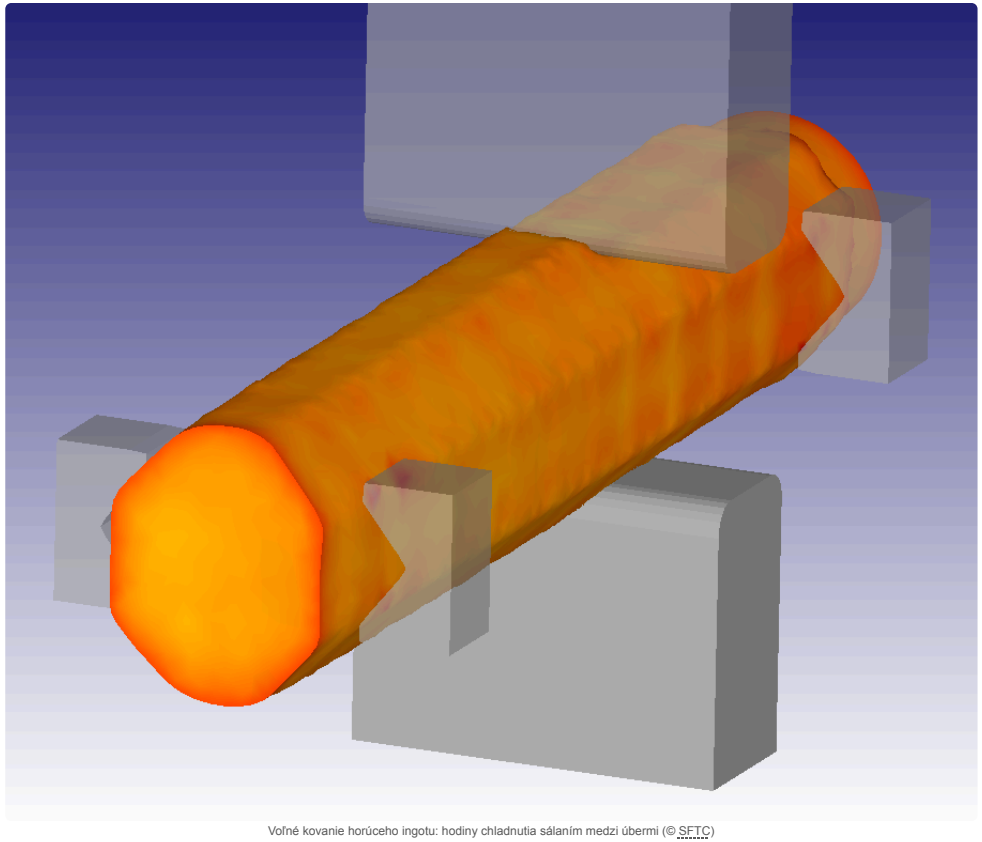
Emisivita a hustota

Sálanie + konvekcia na voľnom povrchu:

$$q = \varepsilon\,\sigma_{SB}\,(T^4 - T_\infty^4) + h_{conv}(T - T_\infty)$$

Povrch	Emisivita ε
Oxidovaná / okujnatená oceľ, horúca	0.7 – 0.9
Lesklá obrobená oceľ	0.2 – 0.4
Leštený hliník	0.04 – 0.1
Oxidovaný titán	0.5 – 0.7

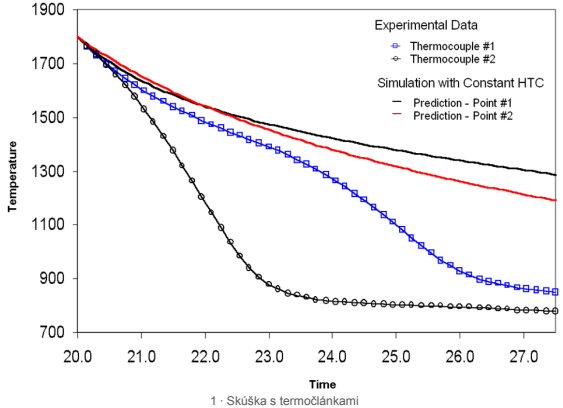
- Pri 1200 °C dominuje sálanie tepelným stratám pri prenose z pece k lisu
- **Hustota**: hmotnosť pre buchary a vretenové lisy, možnosť Specific heat, zmena objemu ρ(T) pri tepelnom spracovaní



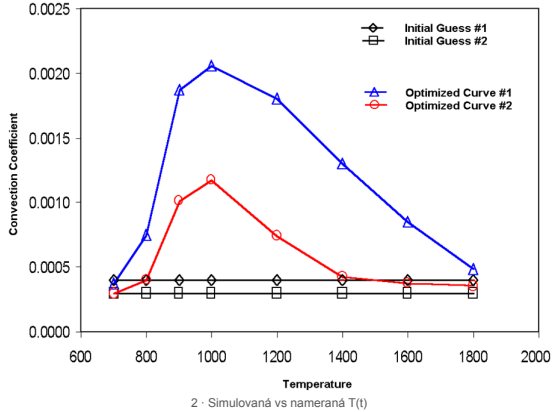
Voľné kovanie horúceho ingotu: hodiny chladnutia sálaním medzi úbermi (© SFTC)

Tepelné údaje HTC na rozhraní

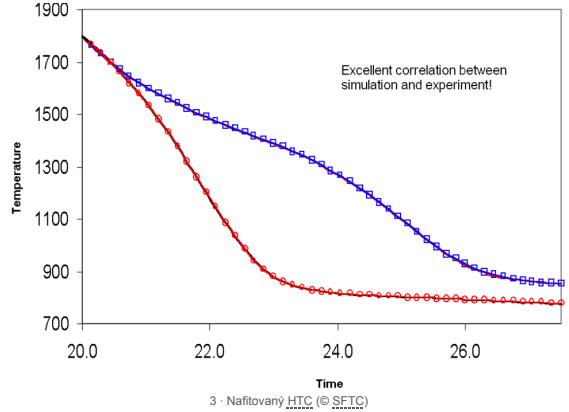
Prestup tepla medzi zápustkou a výrobkom a modul Inverse HTC



1 · Skúška s termočlánkami



2 · Simulovaná vs nameraná T(t)



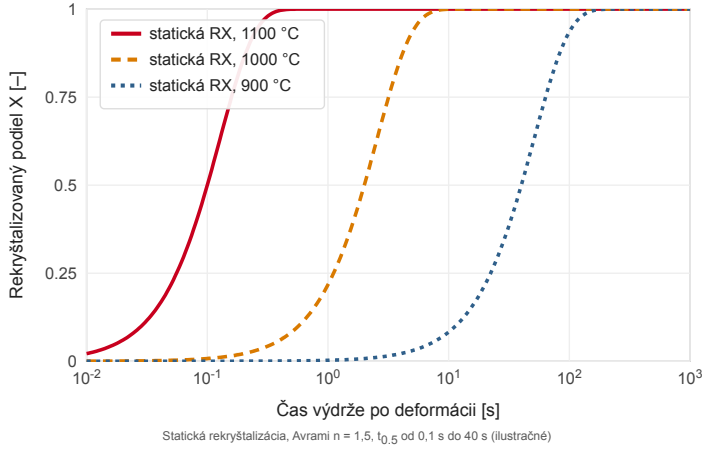
3 · Nafitovaný HTC (© SFTC)

$$q = h\,(T_w - T_d), \quad \text{h = f(tlak, čas, mazivo, okoviny)}$$

- Nie je to materiálová vlastnosť — nastavuje sa v **Inter-object**, ale v každej tepelnej bilancii stojí vedľa k
- Predvolené v DEFORMe: kontakt pri tvárnení ≈ **11 N/(s·mm·°C)** (= 11 kW/(m²·K)), konvekcia na voľnom povrchu ≈ 0,02

- **Inverse HTC**: DEFORM mení h(t) alebo h(T), kým sa simulované krivky termočlánkov nezhodujú s nameranými
- Rovnaká myšlienka sa používa pri pretvárnom odpore: **inverzná analýza** tlakovej skúšky

Rekryštalizácia a veľkosť zrna: JMAK (Avrami)



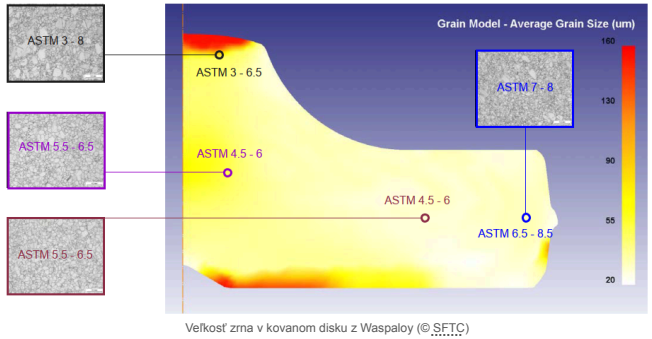
Statická rekryštalizácia, Avrami n = 1,5, $t_{0.5}$ od 0,1 s do 40 s (ilustračné)

$$X = 1 - \exp\left[-\beta \left(\frac{t}{t_{0.5}}\right)^n\right],\ \beta = \ln 2$$

$$t_{0.5} = a\, d_0^h\, \varepsilon^p\, \dot{\varepsilon}^q\, e^{Q/RT}$$

Zrno po DRX: $d_{drx} = a\, d_0^h\, \varepsilon^n\, \dot{\varepsilon}^m\, e^{Q/RT}$

- DRX začína pri $\varepsilon_c \approx 0.8\,\varepsilon_p$
- Údaje: Phase → tlačidlo **Grain**



Veľkosť zrna v kovanom disku z Waspaloy (© SFTC)

Kinetika fázových premien a tvrdosť

Difúzne (ferit, perlit, bainit)

$$\xi = 1 - \exp(-b\,t^{n}), \quad \text{b, n z IRA + Scheilova aditivita}$$

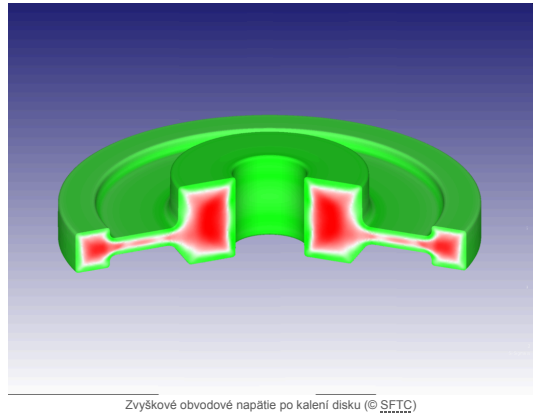
Martenzit — Koistinen–Marburger

$$\xi_M = 1 - \exp[-\Omega\,(M_s - T)], \quad \Omega \approx 0{,}011\ \mathrm{K}^{-1}$$

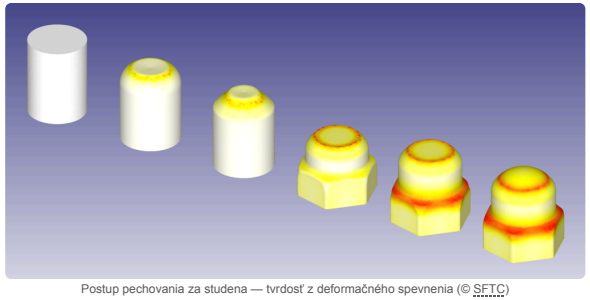
Tvrdosť — záložka Hardness

$$HV = \textstyle\sum_i \xi_i\, HV_i(\mathrm{chem.}, \dot{T})$$

- IRA / ARA zo skúšok alebo zo zloženia (Material Suite, JMatPro)



Zvyškové obvodové napätie po kalení disku (© SFTC)



Postup pechovania za studena — tvrdosť z deformačného spevnenia (© SFTC)

Nad rámec mechaniky Difúzia · EM

Difúzia (cementovanie) a elektromagnetické údaje (indukcia)

Záložka Diffusion

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla C), \quad D = D_0 \, e^{-Q/RT}$$

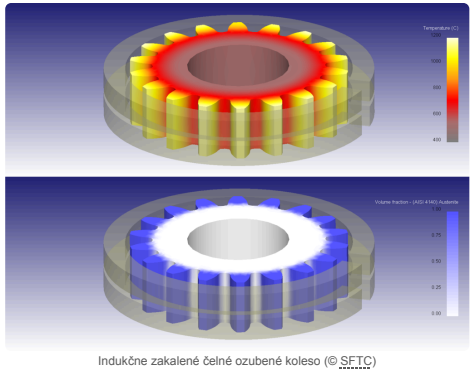
- Uhlík v austenite: $D_0 \approx 2{,}3 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $Q \approx 148$ kJ/mol
- Povrch: uhlíkový potenciál + súčiniteľ prestupu hmoty
- Obsah uhlíka → M_s, tvrdosť, posun IRA

Záložka Elec./Mag.

- Elektrický merný odpor $\rho_e(T)$
- Relatívna magnetická permeabilita $\mu_r(T, H)$ — nad Curieovým bodom (≈ 770 °C) klesne na 1

Hĺbka vniku: $\delta = \sqrt{\frac{2\rho_e}{\omega \, \mu_0 \mu_r}}$

- Nad Curieovým bodom: δ vzrastie ≈ 10× → ohrievaná zóna sa posunie dovnútra

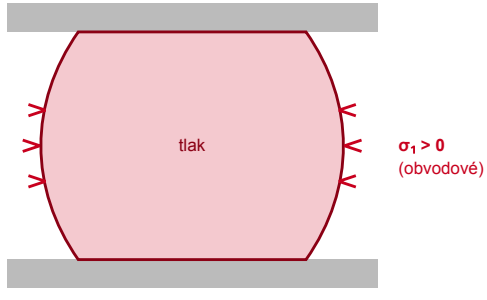


Indukčne zakalené čelné ozubené koleso (© SFTC)

Tvárne porušenie: normalizované kritérium Cockcroft–Latham

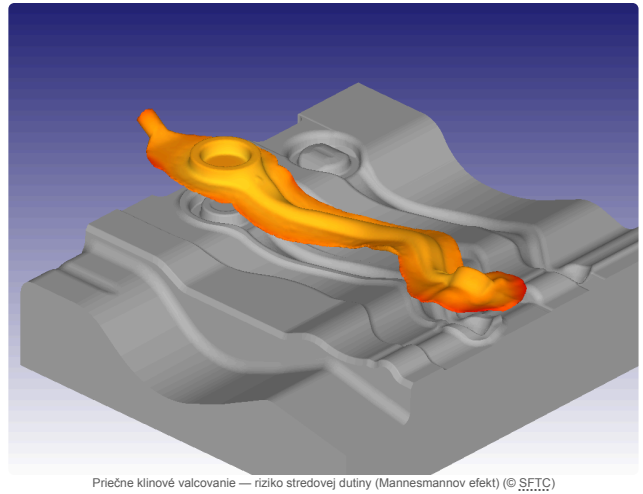
$$D = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\bar{\sigma}} \, d\bar{\varepsilon} \;\geq\; C$$

- Počíta sa len **ťahové** max. hlavné napätie — tlak poškodenie nespôsobuje
- C je **materiálová konštanta**, kalibrovaná simuláciou skúšky do deformácie pri vzniku trhliny
- Typické C: 0,2 – 0,6 (ocele za studena) — závisí od inklúzií, T
- Záložka Advanced: voľba modelu poškodenia, prah odstránenia prvkov
- Ďalšie v DEFORMe: Oyane, Rice–Tracey, Brozzo, McClintock, Lemaitre …



Voľný vydutý povrch: D dosiahne C najskôr → povrchové trhliny

Pechovanie: ťahové obvodové napätie na vydutí



Priečne klinové valcovanie — riziko stredovej dutiny (Mannesmannov efekt) (© SFTC)

Kontrolný zoznam: aké materiálové údaje potrebuje moja simulácia?

Proces	Pretvárny odpor	Plasticita / spevnenie	Elastické	Tepelné	Ďalšie
Kovanie, pechovanie za studena	Mocninový zákon / tabuľka, ε do 2–3	von Mises, izotropné	Pre napätie v zápustke	k, ρc_p (ohrev)	Poškodenie C
Zápustkové kovanie za tepla	Tabuľka σ(ε, ε̇, T) alebo sinh	von Mises, izotropné	–	**k(T), ρc_p(T), ε, HTC**	Zrno (JMAK)
Obrábanie	Johnson–Cook / ZA	von Mises	Nástroj	k, ρc_p	Poškodenie, opotrebenie
Plech / odpruženie	Swift / Hollomon	**Hill 48 / Barlat, kinematické, Y-U**	**E($\bar{\varepsilon}^p$)**	–	FLD
Tepelné spracovanie	Pre každú fázu, f(T)	Izotropné (+ TRIP)	E(T), α(T)	Pre každú fázu	**IRA, latentné teplo, ΔV, HV**
Indukčné kalenie	Pre každú fázu	Izotropné	E(T), α(T)	k, ρc_p	**ρ_e(T), μ_r(T)**

1. Skontrolujte **jednotky** (SI / anglické) · 2. Skontrolujte **rozsah platnosti** voči procesu · 3. Skontrolujte **teplotnú závislosť** · 4. **Overte** jeden výsledok (silu, T) meraním

Rýchly kvíz a zdroje

1. Napíšte všeobecnú funkciu pretvárneho odporu a pomenujte jej tri premenné.
2. Prečo môže tuhoplastická simulácia kovania bežať bez E a v?
3. Aký model pretvárneho odporu pre obrábanie, aký pre kovanie za tepla — a prečo?
4. Čo sa stane, ak proces prekročí rozsah rýchlostí deformácie v tabuľke?
5. Ako vstupujú R-hodnoty do Hillovej podmienky 48? Čo predpovedá Δr?
6. Izotropné vs kinematické spevnenie: čo sa deje s plochou plasticity?
7. Tepelná kapacita vs merná tepelná kapacita — čo očakáva DEFORM v jednotkách SI?
8. Ako sa získa konštanta C kritéria Cockcroft–Latham?

- SFTC: manuál DEFORM V14, kap. 10 Material Data; Material Suite; deform.com
- Necpal, M.; Sobota, R.: *Modelovanie a simulácia procesov tvárnenia*. STU, 2023
- Kobayashi, Oh, Altan: *Metal Forming and the FEM*. 1989
- Johnson & Cook (1983); Jaspers & Dautzenberg, *J. Mater. Process. Technol.* 122 (2002)
- Zerilli & Armstrong, *J. Appl. Phys.* 61 (1987)
- Sellars & Tegart (1966) — zákon sinh; Hill (1948); Barlat & Lian (1989), Barlat a kol. (1991)
- Yoshida & Uemori, *Int. J. Plasticity* 18 (2002)
- EN 1993-1-2: tepelné a mechanické vlastnosti ocele
- Obrázky © SFTC, Gleeble/DSI, ZwickRoell, DoITPoMS — odkazované na účely výučby

BUDÚCA PREDNÁŠKA: PREPROCESING — SIEŤ, OKRAJOVÉ PODMIENKY, TRENIE